

## ベクトル自己回帰モデルによる日経平均株価予想

植松 康 祐\*

### **Prediction of the Nikkei Stock Average by Vector Auto-Regressive Model**

Koyu Uematsu\*

#### **Abstract**

When Lehman Brothers went bankrupt in 2008, as in previous global financial crises, we could see that all banks expanding internationally tended to have closer linkage with global markets to perform balance-sheet adjustments. In recent years, the Nikkei stock average has been influenced a great deal by international linkage.

I examined how the relationship between the Nikkei stock average and foreign stock indices changes by using correlation analysis. This analysis confirms that international linkage has strengthened in recent years. The purpose of this research is to predict the Nikkei Stock Average. In conventional multiple regression analysis, it is difficult to predict future stock prices. Therefore, models of The United States, Korea, and The United Kingdom are constructed using a Vector Auto-Regressive Model. I try to predict the Nikkei Stock Average for a future period by using an analysis of this data. The Korean and UK models failed, but I succeeded in predicting the Nikkei Stock Average with the United States model. This shows the close economic relationship between Japan and the United States.

#### **キーワード**

日経平均株価, 海外株式指標, 為替レート, 相関分析, 重回帰分析,  
ベクトル自己回帰モデル

#### **Keyword**

Nikkei Stock Average, Foreign Stock Indices, Exchange rate,  
Correlation Analysis, Multiple Regression Analysis,  
Vector Auto-Regressive Model

---

\* うえまつ こうゆう : 大阪国際大学グローバルビジネス学部教授 (2017. 9. 21 受理)

## 第1章 はじめに

近年、株価の国際的連動性が強まっていると言われている。(参考文献 [2], [3], [5])

先行研究 [1] において、2011 年から 2016 年 5 月までの週間データを使った分析から、日経平均株価は、米国株式の指標である S&P500 と上海総合指数 SSE に強い連動性があることを示した。ここでの連動性を示す手法は、重回帰分析であり、二つの説明変数の係数の有意性は非常に高く、分析の誤差を示す決定係数値は 0.9976 であり、誤差も少ない有効な結果が導かれた。この結果から日経平均株価は、S&P500 と SSE に連動していることが分かったが、S&P500 と SSE の数値だけで将来の日経平均株価を予測することはできない。なぜなら、日経平均株価を  $\{z_n\}$ 、S&P500 を  $\{x_n\}$  と SSE を  $\{y_n\}$  としたとき、 $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$ ,  $\dots$ ,  $(x_n, y_n, z_n)$  の過去のデータセットから、線形近似である  $z = ax + by + c$  を最小二乗法で求めたものである。すなわち、過去のデータとの関係は密接であったが、将来のデータではそれが当てはまるかどうかの保証はない。また、株価の様に変動が大きいものに対して、過去のデータセットを大量に使った重回帰分析の精度は悪くなることは明らかである。日経平均株価は、米国株式指数や為替レートの影響を受けていることは明らかであるが、その説明変数だけで将来を予測することはできない。

本研究の目的は、そう遠くない将来の日経平均株価を予測することにある。そこで、自己回帰モデル (Auto-Regressive Model) のアイデアを導入することにした。本来、自己回帰モデルは、過去の自分自身をデータから次の値を予想するものである。

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \dots, a_n)$$

$$(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1)$$

$$\downarrow$$

$$a_n \longrightarrow \boxed{f(x_n, x_{n-1}, \dots, a_n)} \longrightarrow x_{n+1}$$

$a_n$  は、 $n$  時点での擾乱を表し、過去の時系列の構造 (関数  $f$ ) を明らかにすることである。擾乱とは、その時点での不確定な変動のことである。しかし、全ての過去の時系列データを使って、その構造を明らかにすることは困難である。よって、過去のデータからどの程度前 (次元) までのデータを使うのが問題となる。株価の長期的な傾向を見るために使われている移動平均法なども一つの自己回帰モデルとも見なすことができる。株価予測には、過去の経験値から 100 日もしくは 200 日移動平均が良いと言われている。非線形関数の構造を決定することは困難であるため、一般的には線形とすることが多い。関数を線形と限定した場合においても、その係数の最適化の問題が残る。重回帰分析で使われている最小二乗法もあるが、Yule-Walker 法が有効とされている。(参考文献 [4])

自己回帰モデルは、一つの時系列データから作られるが、これに他の時系列データを組み合わせたものが、ベクトル自己回帰モデル (Vector Auto-Regressive Model) である。このモデルは、1980 年代に提案され、金融資本市場の分析に有効とされてきた。(参考文献 [14]) たとえば、2 つの時系列データ  $\{x_n\}$  と  $\{y_n\}$  が互いに影響を受けている場合に、

$$\begin{cases} x_{n+1} = ax_n + by_n + cx_{n-1} + dy_{n-1} + \dots + \text{切片} \\ y_{n+1} = Ax_n + By_n + Cx_{n-1} + Dy_{n-1} + \dots + \text{切片} \end{cases}$$

の様に表現できる。本研究では、このベクトル自己回帰モデルの考え方をベースに若干変更したモデルを提案する。各国（米国、韓国、英国）の通貨と株式指標の2つを使い、日経平均株価とのベクトル自己回帰モデルを構築した。

最終的な目的は、日経平均株価の将来的変動予想であるが、現時点での予想を行うとそれが正しいかどうかの判定ができない。そこで、2011年から2016年5月までの週間データを使って求められた係数を使い、若干時期が離れた既にデータがある2016年10月から5週間の予測を行った。更に、2017年4月2日から5週間の予測も実行した。重回帰分析では、全く予測に値しなかったものが、かなり高い精度で予測できたことは評価に値する。

## 第2章 ベクトル自己回帰モデルの構築

先行研究（参考 [1]）を含め本研究で取り扱ってきたデータは、全て週間の時系列データである。本来のベクトル自己回帰（VAR）モデルでは、1週間前、2週間前、3週間前などのデータから、現時点を予測することにある。実際には株式指標や為替レートは、時々刻々と変化を遂げている。数週間前のデータで現在を予測することに構造上困難である。そこで、説明変数となる時系列データは、現時点と1週間前のデータを使い、日経平均株価だけは1週間前のデータを使って予測する。すなわち、現時点の日経平均株価を  $x_n$ 、1週間前の日経平均株価を  $x_{n-1}$ 、現在の海外株式指標を  $y_n$ 、1週間前の海外株式指標を  $y_{n-1}$ 、現在の為替レートを  $z_n$ 、1週間前の為替レートを  $z_{n-1}$ 、切片を  $f$  とすると次の様に表せる。

$$x_n = ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f$$

2011年から2016年5月までの週間データを使って、最小二乗法により係数  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  を決定し、各係数の有意性を判定する。

使用する時系列データは、米国、韓国、英国の3ヶ国とする。先行研究では、中国の上海総合指数 SSE を使用したが、中国通貨の人民元は変動相場制を導入しているが中国政府の管理下にあるため、今回は除外した。米国での株式指数は、S&P500を使用した。S&P500は、米国投資情報会社 Standard & Poor's から公表されている時価総額をベースにした指数で、工業株 400 種、運輸株 20 種、公共株 40 種、金融株 40 種の各指数で構成されている。ニューヨーク市場の時価総額の約 75% をカバーしていて、市場全体の動きを表す指標として機関投資家などに広く利用されている。韓国総合株式指数 KOSPI は、韓国の株式市場を代表する株価指数で、韓国証券取引所に上場する全銘柄の時価総額加重平均指数である。英国 FTSE100 は、「FT100 指数」や「FTSE100 種総合株価指数（FTSE100 指数）」とも呼ばれ、ロンドン証券取引所に上場する時価総額上位 100 銘柄で構成される株価指数である。

ここで、世界各国での株式指標と日経平均株価との相関を見ることにする。1998年から2010年と2011年から2015年に分けた相関係数を比較する。上記に記載した株式指数以外に、シンガポール STI 指数、台湾 TSEC weighted index、香港 HANG SENG 指数、ドイ

ツ DAX 指数, フランス CAC40 指数を加えた. (参考文献 [8], [9])

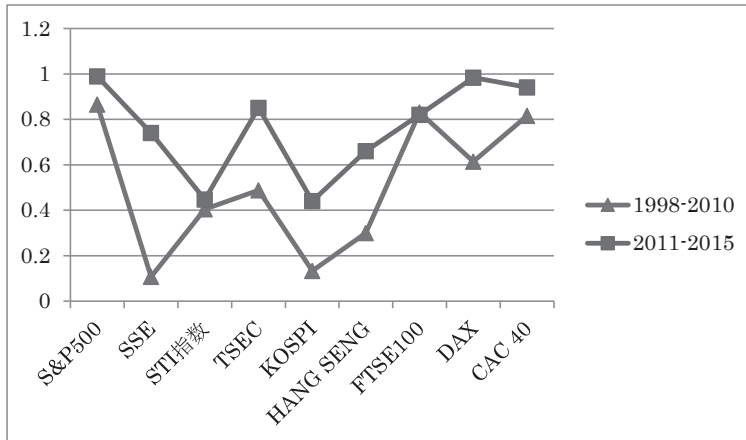


図2-1 各国の株式指数と日経平均株価との相関

各国の株式指数は, 全て近年相関を増していることが分かる.

次に, 各国の為替レートとの関係を見る. 米国のUSドル/円と上記の株式指数を使った国の通貨との相関係数を, 1999年から2010年, 2011年から2015年に分けて計算した. このグラフからも, 近年の方が相関を増していることが分かる. 2011年から2015年においては, 英国とユーロ圏以外の国との相関はほぼ1に近く, 国際的な運動性が強まっていることを示している.

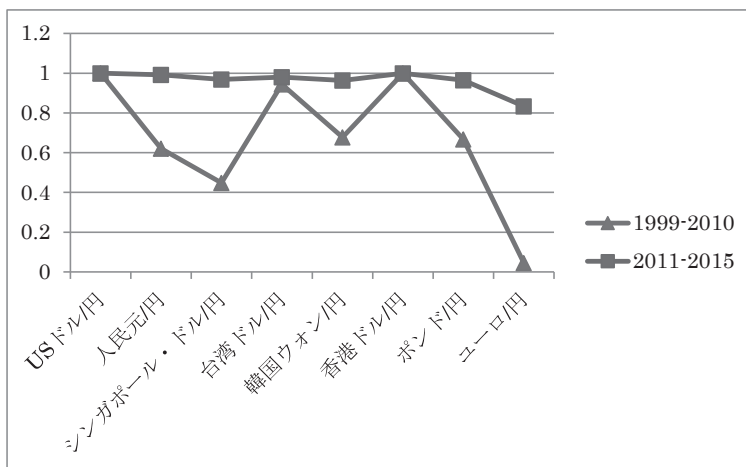


図2-2 各国の通貨レートとUSドル/日本円との相関

### 第3章 3ヶ国のベクトル自己回帰モデル (VAR)

#### 3-1 米国 S&P500 によるベクトル自己回帰モデル (VAR)

日経平均株価, 米国の株式指標である S&P500, 円 / ドルの為替レートのデータを, 2010 年 12 月 27 日から 1 週間毎に 2016 年 5 月 16 日まで 282 週間分集めた. (参考 [8] [10])

表 3-1 は,  $x_n = ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f$  というモデルを使って, 現在の日経平均株価は  $x_n$ , 1 週間前の日経平均株価は  $x_{n-1}$ , 現在の S&P500 は  $y_n$ , 1 週間前の S&P500 は  $y_{n-1}$ , 現在のドル対円為替レートは  $z_n$ , 1 週間前のドル対円為替レートは  $z_{n-1}$  と切片は  $f$  とする. 分析の結果は, 決定係数 0.9949 と非常に高い値であり, 誤差が少ないことを意味している. 分散分析表では, 有意性を表す確率が  $10^{-300}$  以下であるため, 0 と表示されている. また, 各説明変数の係数の有意性を示す P 値も非常に低い確率である.

表 3-1 米国 S&P 500, ドル対円為替レートと日経平均株価の VAR 分析

回帰統計					
重相関 R	0.997451				
重決定 R2	0.994908				
補正 R2	0.994815				
標準誤差	280.4054				
観測数	281				
分散分析表					
	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F
回帰	5	4.22E+09	8.45E+08	10745.32	0
残差	275	21622469	78627.16		
合計	280	4.25E+09			
	係数	標準誤差	t	P-値	
切片 (f)	-1009.22	282.5613	-3.57168	0.000419	
日経平均株価 1 週間前(a)	0.893034	0.028283	31.57484	1.89E-93	
ドル対円 (d)	159.0333	13.63585	11.66288	8.33E-26	
ドル対円 1 週間前 (e)	-140.519	14.43859	-9.73217	1.99E-19	
S&P 500 (b)	4.593475	0.571288	8.040564	2.67E-14	
S&P 500 1 週間前 (c)	-4.21061	0.588024	-7.16061	7.35E-12	

(出所) Yahoo ファイナンス [8] と Investing [10] のデータにより筆者が Excel にて分析

#### 3-2 韓国 KOSPI によるベクトル自己回帰モデル (VAR)

アジアの代表として, 韓国の株式指標 KOSPI, 韓国ウォン対円為替レート, 日経平均株価の週次データを使って, 米国と同様に分析を行った. KOSPI は, サムソン, SK ハイニックス, LG のウエイトが高いため, これらの企業の業績に影響を受ける傾向にある. また, 韓国ウォンの評価は低いため, 韓国経済の状況の影響を受け易く, 不安定要素を含んでいる.

表 3-2 は、 $x_n = ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f$  モデルを使って、現在の日経平均株価は  $x_n$ 、1 週間前の日経平均株価は  $x_{n-1}$ 、現在の KOSPI は  $y_n$ 、1 週間前の KOSPI は  $y_{n-1}$ 、現在の韓国ウォン対円為替レートは  $z_n$ 、1 週間前の韓国ウォン対円為替レートは  $z_{n-1}$  と切片は  $f$  とする。

表 3-2 韓国の KOSPI, 韓国ウォン対円為替レートと日経平均株価の VAR 分析

回帰統計					
重相関 R	0.996572				
重決定 R2	0.993155				
補正 R2	0.99303				
標準誤差	325.1568				
観測数	281				
分散分析表					
	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F
回帰	5	4.22E+09	8.44E+08	7979.946	2.8E-295
残差	275	29074904	105726.9		
合計	280	4.25E+09			
	係数	標準誤差	t	P-値	
切片 (f)	154.5378	488.4624	0.316376	0.751957	
韓国ウォン対円 (d)	139123.2	15773.97	8.819794	1.35E-16	
KOSPI (b)	2.544615	0.533628	4.768516	3.01E-06	
日経平均株価 1 週間前(a)	0.967527	0.01948	49.66869	2.4E-139	
韓国ウォン対円 1 週間前(e)	-131681	15377.93	-8.56301	7.94E-16	
KOSPI1 週間前 (c)	-2.73991	0.539388	-5.07966	6.99E-07	

(出所) Yahoo ファイナンス [8] と Investing [10] のデータにより筆者が Excel にて分析

### 3-3 英国 FTSE-100 によるベクトル自己回帰モデル (VAR)

ヨーロッパの国を対象とすると、株式指標としてはドイツ DAX 指数、フランス CAC40 指数などがあるが、通貨はユーロで統一されている。ユーロは、ドイツやフランスの経済状況だけを反映するものではなく、2015 年に問題になったギリシャ危機などの問題にも影響を受ける。そこで、ドイツやフランスを避けて、ヨーロッパの代表として、英国 FTSE 100、英国ポンド対円為替レートと日経平均株価の週次データを使うことにした。

表 3-3 は、 $x_n = ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f$  モデルを使って、現在の日経平均株価は  $x_n$ 、1 週間前の日経平均株価は  $x_{n-1}$ 、現在の FTSE 100 は  $y_n$ 、1 週間前の FTSE 100 は  $y_{n-1}$ 、現在のポンド対円為替レートは  $z_n$ 、1 週間前のポンド対円為替レートは  $z_{n-1}$  と切片は  $f$  とする。

表3-3 英国 FTSE 100, 英国ポンド対円為替レートと日経平均株価の VAR 分析

回帰統計					
重相関 R	0.997152				
重決定 R <sup>2</sup>	0.994312				
補正 R <sup>2</sup>	0.994209				
標準誤差	296.3951				
観測数	281				
分散分析表					
	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F
回帰	5	4.22E+09	8.45E+08	9614.999	2.5E-306
残差	275	24158769	87850.07		
合計	280	4.25E+09			
	係数	標準誤差	t	P-値	
切片 (f)	-63.2089	319.1615	-0.19805	0.843155	
ポンド対円 (d)	83.0452	8.527167	9.738897	1.9E-19	
FTSE 100 (b)	1.258057	0.15309	8.217788	8.23E-15	
日経平均株価 1 週間前 (a)	0.952241	0.017603	54.09552	1.3E-148	
ポンド対円 1 週間前 (e)	-74.4065	8.971235	-8.2939	4.94E-15	
FTSE 100 1 週間前 (c)	-1.3592	0.152813	-8.89455	8E-17	

(出所) Yahoo ファイナンス [8] と Investing [10] のデータにより筆者が Excel にて分析

米国, 韓国, 英国 3 カ国の重回帰分析との比較したとき, ベクトル自己回帰モデルの方が高い相関, 高い精度を表した。

#### 第4章 ベクトル自己回帰モデルによる将来予測

重回帰分析では, 過去のデータに対しての誤差を最小にするための予測式を導いている。実際の日経平均株価の動きとそれらの予測式を使った動きは, 非常に近い動きとなっている。しかし, その係数を使って将来を予測することは困難であった。2011 年から 2016 年 5 月までの分析結果を使って, 少し離れた期間 2016 年 11 月 6 日から 2016 年 12 月 4 日までの予測を試みた。重回帰式は,  $x_n = ay_n + bz_n + c$  で, 現在の日経平均株価を  $x_n$ , 現在の S&P500 を  $y_n$ , 現在のドル対円為替レートを  $z_n$ , としている。日経平均株価は, S&P500 とドル対円為替レートを 2 変数とする平面上動くことになる。S&P500 とドル対円為替レートの組み合わせによって, 過去とは異なる組み合わせとなれば, 当然予測値としてはかけ離れる可能性が高い。その結果は, 図 4-1 のようになり, 実際の日経平均株価とは誤差が大きい。

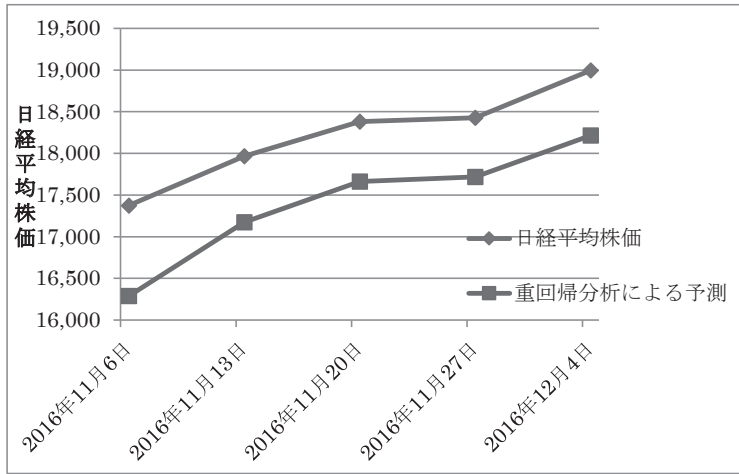


図4-1 重回帰分析による予測値と実際の日経平均株価

次に、ベクトル自己回帰モデルを使った予測を試みた。2016年11月6日から2016年12月4日までの予測のために、その1週間前の2016年10月30日の日経平均株価を使って、2016年11月6日を予測し、そのデータを使って11月13日と順次予測した。すなわち、次の様な漸化式を繰り返し使って予測を行った。

$$x_n = ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f$$

$$x_{n+1} = a(ax_{n-1} + by_n + cy_{n-1} + dz_n + ez_{n-1} + f) + by_{n+1} + cy_n + dz_{n+1} + ez_n + f$$

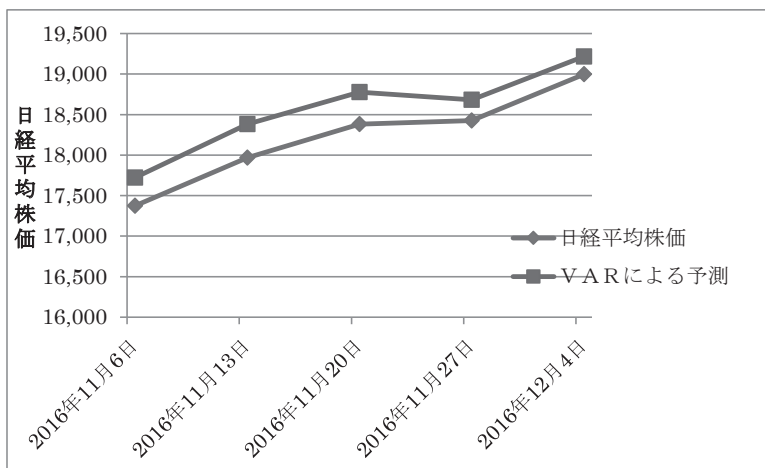


図4-2 半年後のVARによる予測値と実際の日経平均株価

その結果、図4-2の様に、重回帰分析よりは、近似としては評価できる結果となった。この結果が偶然的なものでないことを示すために、分析を行った時期より1年近く離れた、



ベクトル自己回帰モデルによる日経平均株価予想

2017年4月2日から4月30日の予測を行った。その結果が、図4-3である。この場合も実際の株価と非常に近い予測ができた。

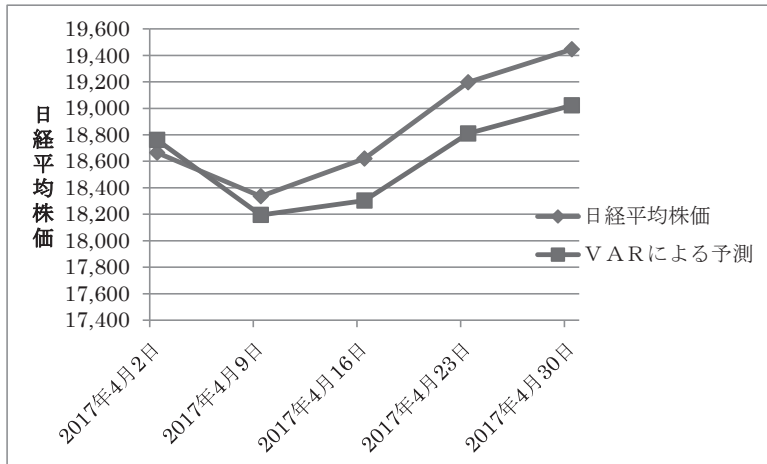


図4-3 1年後のVARによる予測値と実際の日経平均株価

米国のベクトル自己回帰モデルでは、良い結果が出たが、韓国や英国のモデルではどのようになるかを試みた。その結果が図4-4である。韓国と英国は、3-2、3-3でのベクトル自己回帰モデルの分析結果からは、米国の場合と遜色ない高い精度であった。誤差を表す決定係数もすべて0.99以上あり、偏回帰係数の有意性を表すP値も $10^{-10}$ 以下であった。しかし、韓国KOSIPによるVAR予測は全く外れ、英国FTSE100による予測も韓国よりは良いが、予測としては全く役に立たなかった。

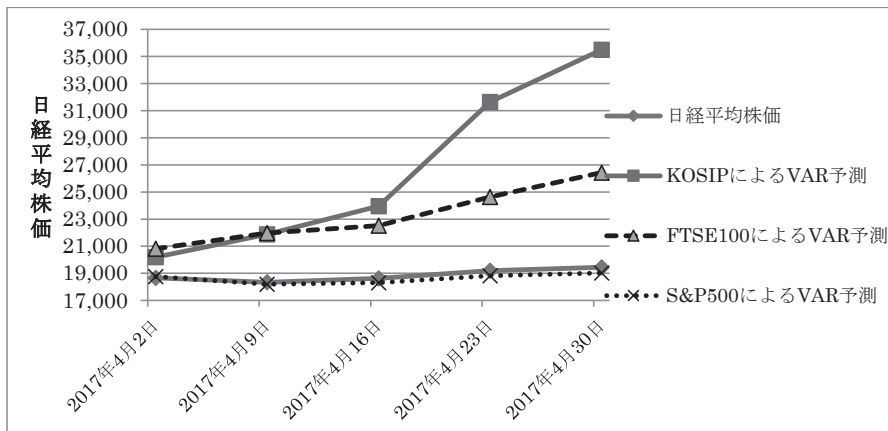


図4-4 3ヶ国のVARによる予測値の比較

## 第5章 おわりに

本論文では、日経平均株価の動向を海外の株式指標とその国の為替レートから分析しようとした。9ヶ国の株式指標と日経平均株価との相関を、2010年までとそれ以降に分けてデータを分析した。その結果は、2010年以降の方が、その相関は強まっていることが明らかとなった。特に、米国とヨーロッパ諸国と日本との関係は密接であることが示された。為替レートに関しても、同様な分析を行ったが、2010年以降は全ての国との相関は非常に高くなっている。これらのことより、各国の経済指標の国際的連動性が年々増していることが明らかになった。

次に、米国、韓国、英国の3ヶ国の株式指標と為替レートを使ったベクトル自己回帰モデルを構築した。3ヶ国の分析結果は、誤差を表す決定係数の値も非常に高く、偏回帰係数もすべて非常に有意であった。本研究の最終目的は、これらのモデルを使って、日経平均株価の将来予測を行うことであった。データ収集期間の分析結果を使って、その約半年後、更に半年後における日経平均株価の予測を試みた。その結果からは、英国、韓国のデータからは予測に失敗し、米国だけが非常に近い予測値となった。世界的に、国際的な連動性が強くなっていることは明らかであるが、韓国や英国の株式指標と為替レートだけで、日経平均株価を説明することには無理があった。日本と米国には密接な経済関係があることは明らかな事実であったが、これ程正確に予測できることに驚きを隠せない。今後は、このモデルを改訂して、過去のデータだけで短い期間の予測を可能とするモデル構築を試みたい。

## 謝辞

本論文は、著者が指導した平成28年度修士課程を修了したM15M04 陳子恒氏の修士論文を基に新しくベクトル自己回帰モデルを導入した。陳氏の論文は、経済指標の国際的連動性に関するもので、その一部を改訂したものである。収集したデータがベースとなりこの論文となったことを、陳氏に感謝する。

## 参考文献

- [1] 陳子恒・植松康祐「日経平均株価と海外株式市場との連動性分析」大阪国際大学・国際研究論叢30巻1号, pp.75-86, 2016年10月31日
- [2] 今村有理子「アジア諸国における株価変動の波及効果」, 経営論集第52号, pp.133-145
- [3] 今村有理子「日米間の株価連動性」, 経営論集第52号, pp.75-90
- [4] 宋東烈「AEMAモデルを用いた時系列解析」数理設計研究所ホームページ2007年5月1日：[www.madlabo.com/mad2/KSK/ntsa/.../arma20070417-04.pdf](http://www.madlabo.com/mad2/KSK/ntsa/.../arma20070417-04.pdf) (2017年5月10日アクセス)
- [5] 高橋耕史, 「金融市場の国際連動性について」日銀レビュー2010年5月
- [6] 日本取引所グループ「2014年度株式分布状況調査の調査結果について」2015年6月18日
- [7] iFinance 金融情報サイト:<http://www.ifinance.ne.jp/glossary/index/ind065.html/> (2016年5月15日アクセス)
- [8] YAHOO ファイナンス <http://finance.yahoo.com/> (2015年5月15日アクセス)
- [9] SMBC 日興証券株式会社 <http://www.smbcnikko.co.jp/> (2016年7月5日アクセス)

ベクトル自己回帰モデルによる日経平均株価予想

- [10] Investing.com ホームページ <https://jp.investing.com/> (2016年8月15日アクセス)
- [11] 松浦克己『応用計量経済学』, 郵政研究所月報 1991.12 pp.109-131
- [12] 世界経済のネタ帳 <http://ecodb.net/> (2016年8月15日アクセス)
- [13] 三井住友トラスト・アセットマネジメント 『シンガポールが金融政策を緩和方向へ ～原油安でインフレ懸念後退～』, マーケットレポート 2015年1月29日
- [14] Sims, Christopher A., 「Macroeconomics and Reality」 *Econometrica* 48, pp.1-48, 1980