

TOC スケジューリングにおけるファジィ処理時間の解析

張 哲 華*¹ 韓 尚 秀*²

Analysis of Fuzzy Processing Time in Theory of Constraints Scheduling

Zhehua Zhang*¹ Sangsu Han*²

Abstract

This article deals with Theory of Constraints (TOC) project scheduling with fuzzy processing time.

Firstly the ambiguous processing time was formulated using the fuzzy possibility function. Next the agreement index between managers and decision-makers was calculated in order to establish ideas common to both.

A method is proposed for transforming the agreement index into actual processing time and the validity of this method is analyzed.

キーワード

Project Scheduling, Fuzzy Theory, TOC(Theory of Constraints)

1. はじめに

市場競争中の製造業における生産システムに対して、PERT (Project Evaluation/Review Technique) を始めとする色々なプロジェクト管理方法が研究されてきているが、システムに含まれる不確かさ(曖昧さ)をいかに処理するかが新しい問題になりつつある。経営システム・社会システムなどのように人間の主観を問題にせざるを得ないようなシステムでは、人間の主観に基づく意思あるいは行動の不確かさを処理するために、新しい概念が必要になってくる。

今日の生産管理システム中で幅広く使われている TOC (Theory of Constraints) 理論は、より短い納期が遵守できる方法として研究されている。TOC プロジェクトスケジューリング (TOCPS) 管理手法の最大の特徴は、企業活動の中で最も弱い部分(制約条件)に着目し、そこを集中的に強化・改善することにより、最小の努力で最大の成果を上げよう

*1 ちょう てつか: 大阪国際大学大学院経営情報研究科研究生 (2010.6.10受理)

*2 はん さんすう: 大阪国際大学経営情報学部教授

とするマネジメント手法である。

実際には、プロジェクトにおける各作業は、環境や人間の心理に影響される不確定な問題が多く、技術的原因などで、各作業の納期も不確実なものになりうる。しかしながら従来から TOC スケジューリングの処理時間を如何に決めるかという研究は非常に少ない現実である^{[1] [2] [3] [4]}。

本研究は、主に生産システムで幅広く使われている TOC スケジューリング管理手法に対し、人間の主観による曖昧な処理時間をファジィ理論の成果である満足度関数 (Satisfaction Function) と可能性分布 (Possibility Distribution Function) で特徴づけて、作業の処理時間を定式化し、最適な処理時間の定量化を試みる。

TOCPS では、蓄積された過去のデータに基づいて作業の処理時間を正規分布やベター分布と仮定し、意思決定者の納期に対して納期を守れる確率で処理時間を決めている。結果的には、データに基づく処理時間の約 2/3 が無駄として削減され、その中の 1/2 がプロジェクトを保護するバッファーに回され、TOC スケジューリング管理手法適用後のプロジェクトの完了時間は適用前と比べて 1/3 短縮されることになる。

本研究では、作業の処理時間に関する蓄積されたデータがない新開拓の作業を取り上げ、その処理時間を作業担当者の主観や経験に基づくファジィ理論の可能性分布と仮定する。詳細には、分析しやすくするために線形の三角形ファジィ数 (TFN: Triangular Fuzzy Number) を仮定する。この分布は、作業担当者の性格、心理的要素も柔軟に取り扱える。意思決定者の納期に相当する概念は、作業完了時間が遅ければ遅いほど満足度が減っていく満足度関数として定義する。TOCPS は納期を守れる確率で処理時間を決めているが、本研究では、作業担当者の可能性分布と意思決定者の満足度関数の交わる面積比 (一致指数: Agreement Index) によって曖昧な処理時間を数量化する。

2. ファジィ理論の導入

プロジェクトスケジューリング問題をモデル化するためには、処理時間、納期などを含む各種のパラメーターを正しく推定する必要がある、より現実に近いものとしてモデル化するためには、綿密な情報収集のための十分な時間と費用がかかる。

従来の TOC スケジューリングでは、不明確な処理時間を過去のデータより、ベター分布に従うと仮定し、作業の納期と関連性を確率として取り扱ってきている。例として、作業担当者より報告された処理時間には色々な曖昧さが含まれており、処理時間の 1/3 のみを実際の処理時間として認められ、残り時間がバッファーに回されている。

TOC スケジューリングにおける曖昧さの要因として以下のものが指摘されている^{[5] [6]}。

- 1) 見積もり (Estimating)
- 2) 学生症候 (Student Syndrome)
- 3) パーキンソンの法則 (Parkinson's Law)
- 4) アクチタスク (Multi-tasking)
- 5) 遅れのみが伝博する (No Early Finishes)

本研究では、上記の曖昧さを取り扱うために、ファジィ理論の可能性分布を用いて、上

記の処理時間の曖昧さを定式化する。詳細には、TOC スケジューリングのベター分布の代わりに三角形ファジィ数（作業担当者）を、納期の代わりに意思決定者（たとえば、社長の場合）の締め切り（納期）を考え、と担当者（たとえば、作業者の場合）の満足度の一致指数でファジィな作業処理時間を求める。

この研究では、複数の作業から成る1つのプロジェクトにおいて TOC スケジューリング手法で適用し、スケジューリング結果を分析する。PERT によると、一般的に1つのプロジェクトの中には必ず一つ以上のクリティカルパス（CP：Critical Path）が存在し、他の作業は CP と並列に処理される。本研究は、TOC の代表的なドラム・バッファ・ロープという概念の中でバッファーに着目し、クリティカルパスを保護するためにはどのくらいのバッファ容量を設けるべきかを考え、プロジェクトの円滑な実行を目指す。

一般的には、TOC の考え方によると、1つのプロジェクトはいろいろな作業で構成され、1つの作業は正確な作業時間と無駄な作業時間の2つの部分で構成される（図1）。

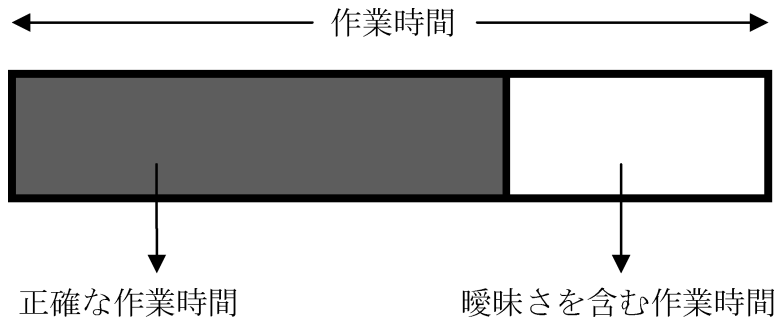


図1 作業の処理時間

3. ファジィ数、可能性分布

本研究では、作業者の経験に基づく作業の曖昧な処理時間を表わすために、ファジィ理論の成果である可能性分布という概念を導入する。さらに、計算を簡単にするために、三角形ファジィ数で表現する。例えば、作業の処理には“だいたい5時間”かかるという概念をTFNで表1と図2のように表示できる。

表1 ファジィ数“だいたい5時間”

時間	1	2	3	4	5	6	7	8	9
“だいたい5”	0	0	0.1	0.5	1	0.5	0.1	0	0

このような満足度関数で表されるファジィ数（だいたい5時間）を、 $A = (a, 5, b)$ という形で定義する^[7]。

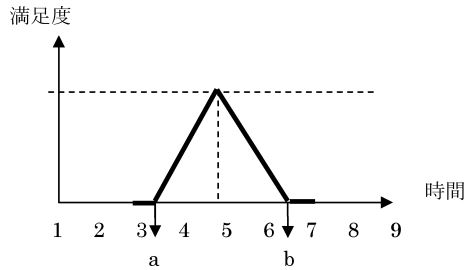


図2 “だいたい5時間”の三角形ファジィ数

TOCの場合、過去のデータにもとづくベター分布を仮定し、ある確率 $a\%$ で、一般的には50%で、ここでは時間軸の5のところで処理時間が決まる。同様に、納期についても確率を用いて納期を確定することができる。今後、その納期のことを意思決定者の希望納期とよぶことにする。

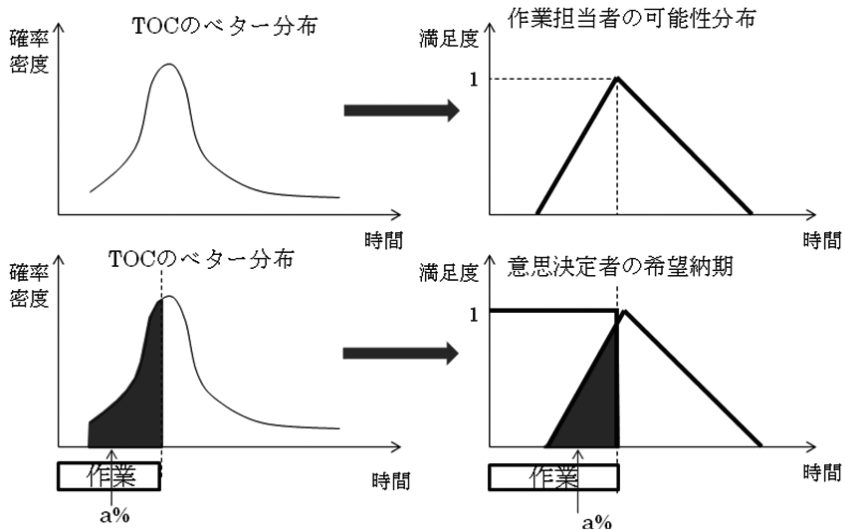


図3 作業担当者の可能性分布と意思決定者の希望納期

図3の上段は、曖昧な処理時間を三角形ファジィ数の可能性分布で表す。下段の図は、処理時間の可能性分布と納期の満足度関数の交わる面積を確率で表す。

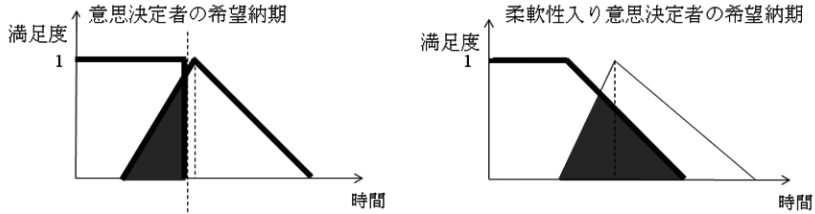
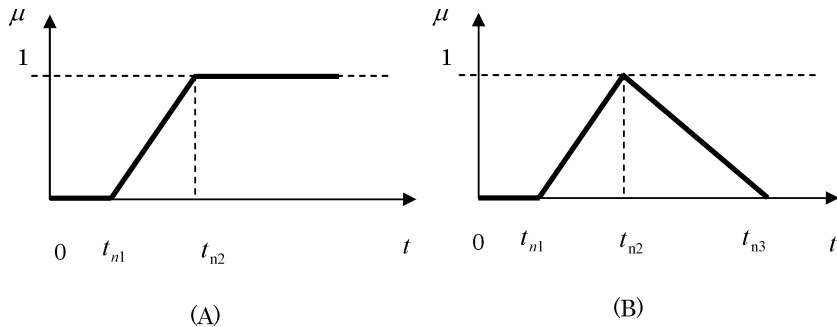


図 4 柔軟性の表現

図 4 の左図は希望納期が確定している場合を、右図は納期が曖昧さを含んでいる場合を表す。

4. 作業担当者と意思決定者の満足度と一致指数

三角形ファジィ数は、作業者の可能性分布として図 5 のように示される。(A) は作業の処理完了時間に余裕があればあるほど作業担当者は満足する、作業者の満足度 (μ) を表わし、社長の満足度とは正反対の傾向になる。(B) は作業担当者の見方による最も一般的な形で、作業に対する担当者の経験による可能性分布として考えられる状況を示す。TOC の曖昧さが三角形の幅として表現できる。作業時間を作業者が見積もると、一定の時刻 t_{n1} までには完了不可能であると考えている。 t_{n1} から t_{n2} までは完成する可能性が高く、その以降から t_{n3} まで可能性が低くなるような三角形ファジィ数の考えを導入できる。作業の無駄な余裕時間を三角形ファジィ数の幅として取り扱え、ベター分布の一般的化につながり、図 5 (B) のような形で表す。(C) は曖昧さを含んでいない従来の確定値を示す。



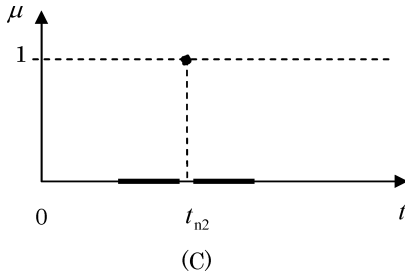


図 5 作業担当者の満足度

図 5 (B) は作業の最早完了時間は t_{n1} で満足度 0 とする。納期 t_{n1} から納期 t_{n2} までは線形に満足度が上がり、同じ作業でも仕事に対する態度により、 t_{n3} の時間が異なる。作業の完了時間 C_n に対する満足度関数は下の式になる。

$$\mu_n(C_n) = \begin{cases} 0 & (C_n \leq t_{n1}) \\ \frac{C_n - t_{n1}}{t_{n2} - t_{n1}} & (t_{n1} < C_n < t_{n2}) \\ 1 & (C_n = t_{n2}) \\ 1 - \frac{t_{n3} - C_n}{t_{n3} - t_{n2}} & (t_{n2} < C_n < t_{n3}) \\ 0 & (C_n \geq t_{n3}) \end{cases}$$

ファジィ理論のいくつかの成果を導入すると、プロジェクトや作業に対して、意思決定者の満足度はファジィ納期として表現できる。意思決定者はそのプロジェクトや作業を判断する際、完了時間を予測する。一方、作業者はそのプロジェクトの納期を見積もっていくところで、もし意思決定者の納期に間に合う場合は、意思決定者の満足度が高い、意思決定者の見積もりと比べて、納期が遅ければ遅いほど、意思決定者の満足度はだんだん小さくなる、大幅に遅れると、意思決定者の満足度が下がるだけでなく、納期遅れに関するコストが発生する。

図 6 (C) では、納期 t_{m1} に対して厳しい意思決定者の場合を表す。図 6 (A) は、やさしい意思決定者の場合で、納期 t_{m1} より遅れると、だんだん満足度が下がり、納期 t_{m2} になると、怒ってしまう心理要素を表す。ファジィ納期 (希望納期) としては、各作業またその完了時間について、図 6 (B) のようなベター分布型ファジィ集合も考えられる。三

角形満足度関数の考えを導入し、納期 t_{m1} までに完了すれば、満足度が 1、納期 t_{m1} から納期 t_{m2} までは線形のように満足度が下がり、納期 t_{m2} 以後完了すれば満足度 0 になる。

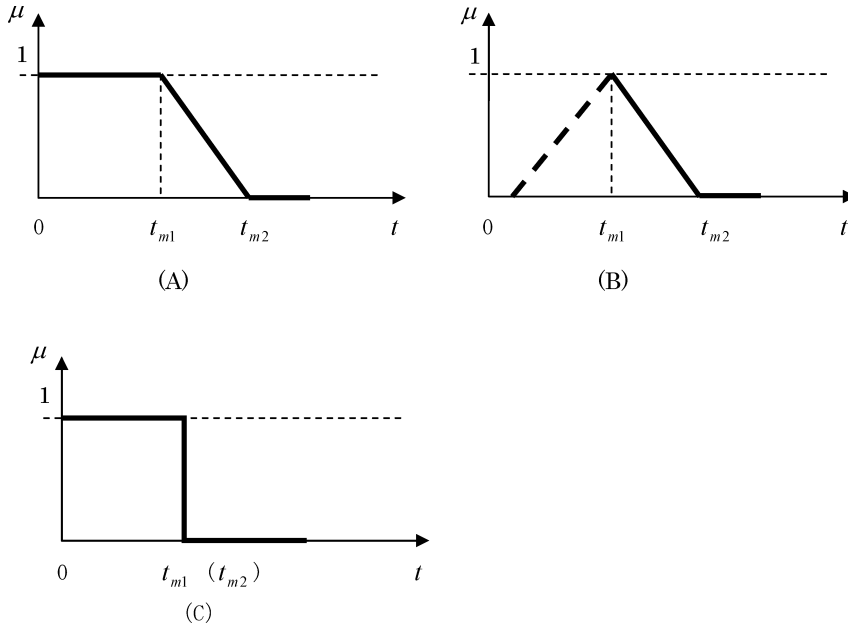


図 6 意思決定者の満足度

図 6 (A) で、プロジェクトや作業の完了時間 C_m に対する意思決定者の満足度関数は下の式になる。

$$\mu_m(C_m) = \begin{cases} 1 & (C_m \leq t_{m1}) \\ 1 - \frac{C_m - t_{m1}}{t_{m2} - t_{m1}} & (t_{m1} < C_m < t_{m2}) \\ 0 & (C_m \geq t_{m2}) \end{cases}$$

作業者に対して、余裕がある方が作業をしやすく、これは意思決定者の希望とは正反対である。また、能力や経験によって、作業者にとって必要な作業時間も異なる。

プロジェクトのスケジューリングをおこなうためには、作業担当者と意思決定者の共通

の意見にもとづく計画が必要である。この共通の意見を表現するために、一致指数という概念を導入する。

担当者（作業員）満足度ファジィ集合 A（ファジィ納期の可能性分布の三角形）と意思決定者（社長）満足度ファジィ集合 H に関する一致指数（Agreement Index）を、図 7 のような帰属度関数の交わりの部分の面積を A の帰属関数の面積で割ったものとして定義する。

一致指数は r 、集合 A（灰色線で囲まれた TFN）を意思決定者の満足度の関数（黒色線 $(t_{m1}, 1)$ 、 $(t_{m2}, 0)$ で割った左の部分の面積は S_1 、集合 A の全体面積 S_2 とすれば、 r の値は下記のように

$$r = \frac{S_1}{S_2}$$

図 7 のように、その意思決定者と作業員の満足度の組み合わせた三角部分は一致指数になる。その面積を処理時間に対する確率として考え、プロジェクトの完了時間を一意的に確定できる。

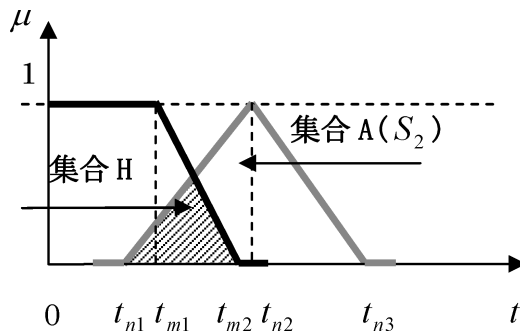


図 7 一致指数

ここで、意思決定者の満足度が 1 になる時間は t_{m1} 、満足度 0 になる時間は t_{m2} 、作業員の最早完了時間は t_{n1} 、満足度 1 になる時間は t_{n2} 、点 $(t_{m1}, 1)$ から点 $(t_{m2}, 0)$ までの直線は意思決定者の満足度関数である（黒色太線）、三角形 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 1)$ 、 $(t_{n3}, 0)$ は作業員のファジィ納期の可能性分布である（灰色太線）。この二つ満足度関数の線分が所属する直線の交点は (t_i, μ_i) $i=1, 2, 3 \dots n$ とする。

この式に基づいて、図 8 のように五つの場合を考える必要がある。ここからは、 S_1 と S_2 の面積の算出方法を述べる。

TOC スケジューリングにおけるファジィ処理時間の解析

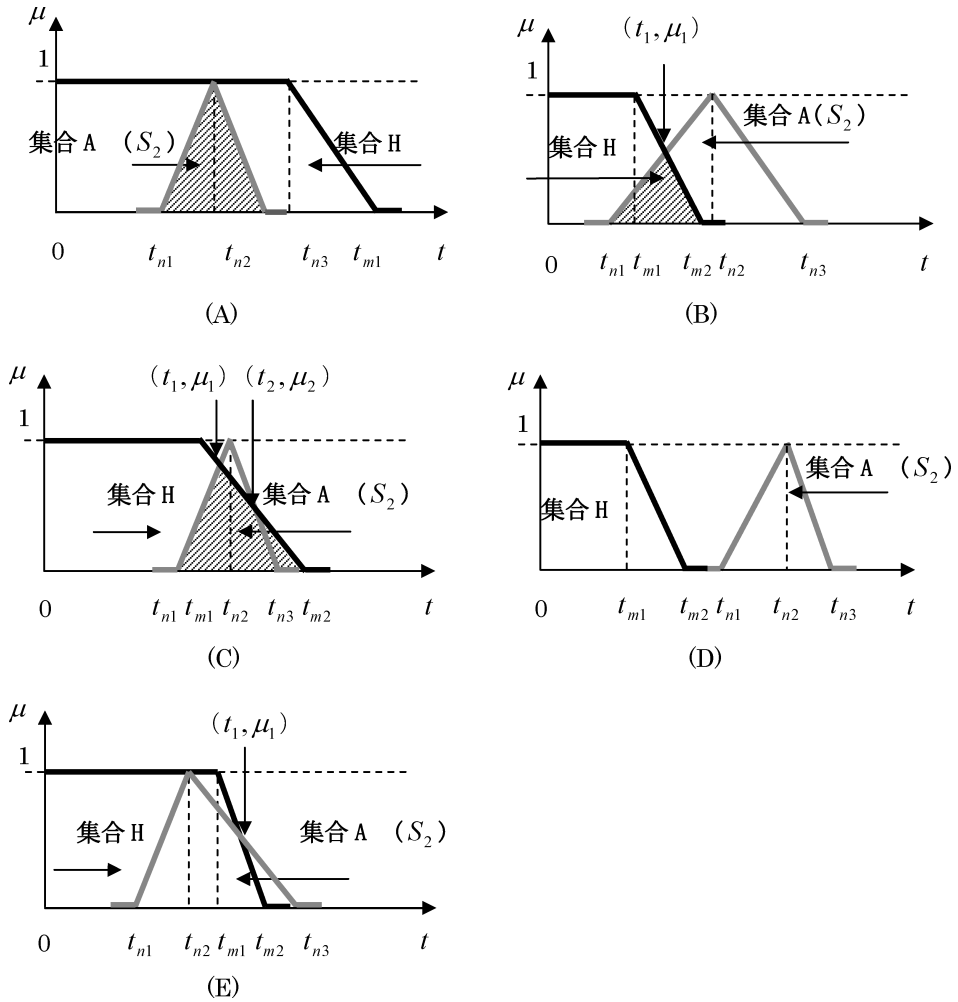


図 8 一致指数の種類

意思決定者と作業者の見積りの作業時間を比べたら、 $t_{m2} \geq t_{n3}$ また $t_{m1} \geq t_{n2}$ の時、図 8 (A) のように、灰色太線と黒色太線の交点 (t_1, μ_1) の μ_1 の値 1 より大きい、 μ の範囲は 0 から 1 まで、この場合の重ねる部分の面積はすべて S_2 の面積となる、つまり、一致指数は 1 になる。

$t_{n1} \leq t_{m2} \leq t_{n3}$ また $t_{n2} > t_{m1}$ の時、図 8 (B) のように、 S_1 と S_2 の面積は三角形面積公式から求められる。作業者の満足度 0 の時間は t_{n1} 、満足度 1 の時間は t_{n2} 、意思決定者の満足度 1 の時間は t_{m1} 、満足度 0 の時間は t_{m2} とする、意思決定者の満足度 1 から 0 までの線分が所属する直線を点 $(t_{m2}, 0)$ と点 $(t_{m1}, 1)$ の座標で表す。

$$y = \frac{1}{t_{n2} - t_{n1}} \times (x - t_{n1})$$

作業者の満足度 0 から 1 までの線分が所属する直線を点 $(t_{n1}, 0)$ と点 $(t_{n2}, 1)$ の座標で表す。

$$y = \frac{1}{t_{n2} - t_{n1}} \times (x - t_{n1})$$

それでは、二つの直線の交点 (t_1, μ_1) が求められる、 μ_1 は交わり三角形の高さであるから、三角形 S_1 の面積が求められる。 t_1 と μ_1 を代入すると、下式になる。

$$\therefore \mu_1 = -\frac{1}{t_{m2} - t_{m1}} \times (t_1 - t_{m2}) \quad \text{①}$$

$$\mu_1 = \frac{1}{t_{n2} - t_{n1}} \times (t_1 - t_{n1}) \quad \text{②}$$

$$\therefore (t_{n2} - t_{n1})\mu_1 = -t_1 + t_{m2} \quad \text{③}$$

$$(t_{m2} - t_{m1})\mu_1 = t_1 - t_{n1} \quad \text{④}$$

$$\text{③} + \text{④} =$$

$$(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1})\mu_1 = t_{m2} - t_{n1}$$

$$\therefore \mu_1 = \frac{t_{m2} - t_{n1}}{t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1}}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (t_{m2} - t_{n1})\mu_1 = \frac{(t_{m2} - t_{n1})^2}{2(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1})}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (t_{n3} - t_{n1}) \times 1 = \frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}$$

$$r = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(t_{m2} - t_{n1})^2}{2(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1})}}{\frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}} = \frac{(t_{m2} - t_{n1})^2}{(t_{n3} - t_{n1})(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1})}$$

$t_{m2} > t_{n3}$ また $t_{n2} > t_{m1}$ の時、図 8 (C) では、二つの交点は (t_1, μ_1) と (t_2, μ_2) にしたら、一致指数の面積 S_1 は、三角形 $(t_{m2}, 0)$ 、 $(t_{n1}, 0)$ 、 (t_1, μ_1) の面積と三角形 $(t_{m2}, 0)$ 、 $(t_{n3}, 0)$ 、 (t_2, μ_2) の面積の差である。同じ交点座標で三角形の面積を求めるように、下記の式になる。

$$\therefore \mu_1 = -\frac{1}{t_{m2} - t_{m1}} \times (t_1 - t_{m2}) \quad \textcircled{1}$$

$$\mu_1 = \frac{1}{t_{n2} - t_{n1}} \times (t_1 - t_{n1}) \quad \textcircled{2}$$

$$\therefore (t_{n2} - t_{n1})\mu_1 = -t_1 + t_{m2} \quad \textcircled{3}$$

$$(t_{n2} - t_{n1})\mu_1 = t_1 - t_{n1} \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} =$$

$$(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1})\mu_1 = t_{m2} - t_{n1}$$

$$\therefore \mu_1 = \frac{t_{m2} - t_{n1}}{t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n1}}$$

$$\therefore \mu_2 = -\frac{1}{t_{m2} - t_{m1}} \times (t_2 - t_{m2}) \quad \textcircled{5}$$

$$\mu_2 = -\frac{1}{t_{n3} - t_{n2}} \times (t_2 - t_{n3}) \quad \textcircled{6}$$

$$\therefore (t_{m2} - t_{m1})\mu_2 = -t_2 + t_{m2} \quad \textcircled{7}$$

$$(t_{n3} - t_{n2})\mu_2 = -t_2 + t_{n3} \quad \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7} - \textcircled{8} =$$

$$\begin{aligned}
 (t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_3})\mu_2 &= t_{m_2} - t_{n_3} \\
 \therefore \mu_2 &= \frac{t_{m_2} - t_{n_3}}{t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_3}} \\
 S_1 &= \frac{1}{2} \times (t_{m_2} - t_{n_1}) \times \mu_1 - \frac{1}{2} \times (t_{m_2} - t_{n_3}) \times \mu_2 \\
 &= \frac{(t_{m_2} - t_{n_1})^2}{2(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_1})} - \frac{(t_{m_2} - t_{n_3})^2}{2(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_3})} \\
 S_2 &= \frac{1}{2} \times (t_{n_3} - t_{n_1}) \times 1 = \frac{t_{n_3} - t_{n_1}}{2} \\
 \therefore r &= \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(t_{m_2} - t_{n_1})^2}{2(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_1})} - \frac{(t_{m_2} - t_{n_3})^2}{2(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_3})}}{\frac{t_{n_3} - t_{n_1}}{2}} \\
 &= \frac{(t_{m_2} - t_{n_1})^2}{(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_1})(t_{n_3} - t_{n_1})} - \frac{(t_{m_2} - t_{n_3})^2}{(t_{m_2} + t_{n_2} - t_{m_1} - t_{n_3})(t_{n_3} - t_{n_1})}
 \end{aligned}$$

$t_{n_1} > t_{m_2}$ の時、図8 (D) のように、灰色太線と黒色太線の交点 (t_1, μ_1) の μ_1 の値は0より小さい、 μ の範囲は0から1までだから、この場合に重なる部分の面積は0になる、つまり、一致指数は0になる。

$t_{n_3} > t_{m_2}$ また $t_{m_1} > t_{n_2}$ の時は、図8 (E) のように、集合Aの面積 S_2 と三角形 (t_1, μ_1) 、 $(t_{m_2}, 0)$ 、 $(t_{n_3}, 0)$ の面積の差である。

$$\therefore \mu_1 = -\frac{1}{t_{m_2} - t_{m_1}} \times (t_2 - t_{m_2}) \quad \text{①}$$

$$\mu_1 = -\frac{1}{t_{n_3} - t_{n_2}} \times (t_2 - t_{n_3}) \quad \text{②}$$

$$\therefore (t_{m_2} - t_{m_1})\mu_1 = -t_2 + t_{m_2} \quad \text{③}$$

$$(t_{n_3} - t_{n_2})\mu_1 = -t_2 + t_{n_3} \quad \text{④}$$

$$\text{③} - \text{④} =$$

$$(t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n3})\mu_1 = t_{m2} - t_{n3}$$

$$\therefore \mu_1 = \frac{t_{m2} - t_{n3}}{t_{m2} + t_{n2} - t_{m1} - t_{n3}}$$

$$S_1 = \frac{1}{2}(t_{n3} - t_{n1}) \times 1 - \frac{1}{2} \times (t_{n3} - t_{m2}) \times \mu_1$$

$$S_1 = \frac{t_{n3} - t_{n1}}{2} - \frac{(t_{n3} - t_{m2})^2}{2(t_{m1} + t_{n3} - t_{m2} - t_{n2})}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (t_{n3} - t_{n1}) \times 1 = \frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}$$

$$\therefore r = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{t_{n3} - t_{n1}}{2} - \frac{(t_{n3} - t_{m2})^2}{2(t_{m1} + t_{n3} - t_{m2} - t_{n2})}}{\frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}} = 1 - \frac{(t_{n3} - t_{m2})^2}{(t_{n3} - t_{n1})(t_{m1} + t_{n3} - t_{m2} - t_{n2})}$$

5. 処理時間

ここでは、ファジィ集合 A とファジィ集合 H に関する一致指数 (Agreement Index) が分かれば、 S_1 面積処理時間の算出ができる。

図9の (F) 或いは (G) ように、集合 S_2 の中に、点 $(t_{n1}, 0)$ から、 t 座標軸と垂直な線を引く、その線を右に移して、集合 A を分ける左の部分の面積を一致指数 r の面積と同じになる時、その線と t 座標軸の交点の横座標は処理時間と定義する、つまり、一致指数 r は 0 になれば、作業者の最早完了時間 (t_{n1}) で始まらなければならない、一致指数 r は 1 なるなら、作業者の満足度 1 の時間を処理時間 (t_{n3}) で決まる。ここでも、図9の (F) と (G) 二つの場合がある。

図9の (F) の場合は、処理時間 c とし、処理時間 c とし、 t 座標軸と垂直線と点 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 0)$ 太線の交点は (t_i, μ_i) とすると、三角形 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 1)$ の中で、下の式に成立する。

$$\therefore r = \frac{S_3}{S_2} = \frac{\frac{(t_i - t_{n1})\mu_i}{2}}{\frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}} = \frac{(t_i - t_{n1})\mu_i}{t_{n3} - t_{n1}}$$

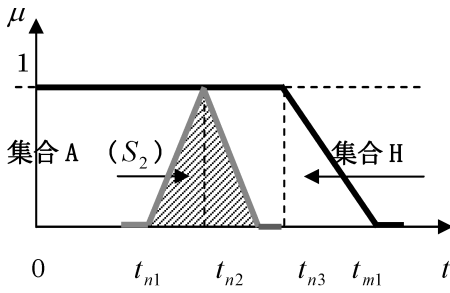
$$\frac{t_i - t_{n1}}{t_{n2} - t_{n1}} = \frac{\mu_i}{1}$$

$$\therefore r = \frac{(t_i - t_{n1})^2}{(t_{n3} - t_{n1})(t_{n2} - t_{n1})}$$

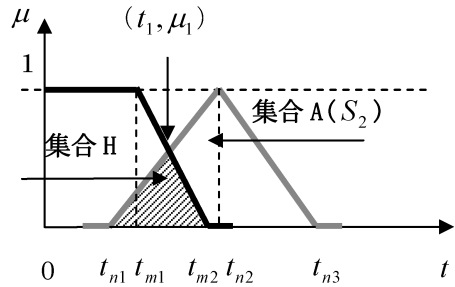
$$t_i = \sqrt{(t_{n3} - t_{n1})(t_{n2} - t_{n1})r} + t_{n1}$$

処理時間 $c_i = t_i$ は、下の式に成立する。

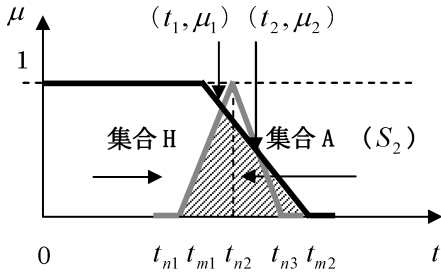
$$c_i = t_{n1} + \sqrt{(t_{n3} - t_{n1})(t_{n2} - t_{n1})r}$$



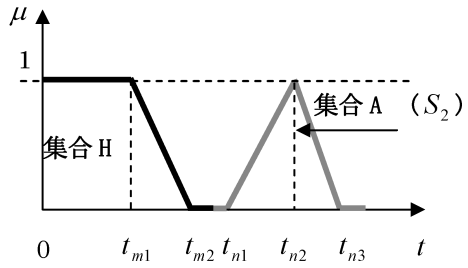
(A)



(B)



(C)



(D)

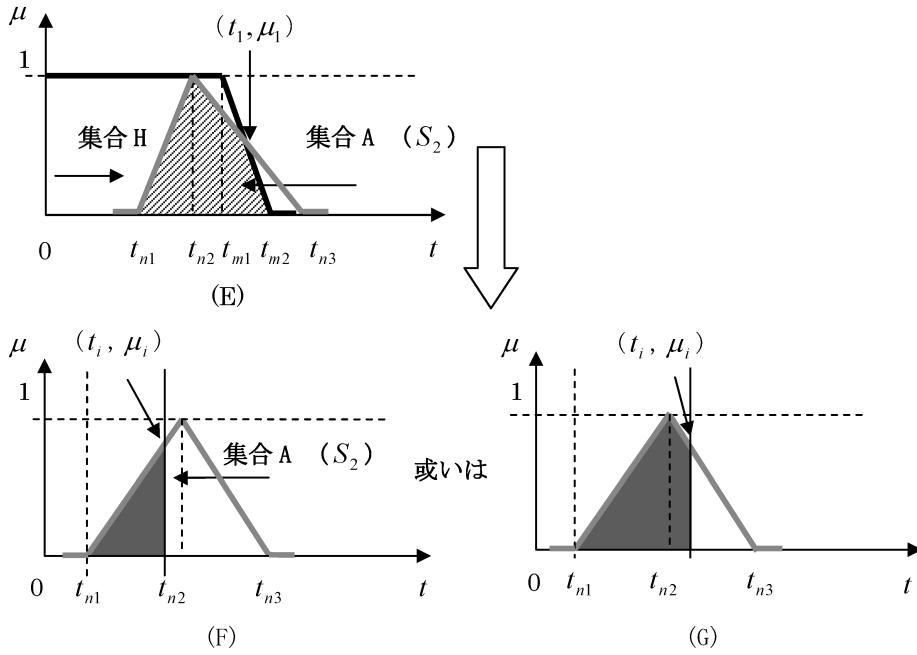


図 9 処理時間

図9の(G)の場合は、処理時間 c とし、 t 座標軸と垂直線と点 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 0)$ 太線の交点は (t_i, μ_i) とすると、モノクロ部分の面積は三角形 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n3}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 1)$ の面積と三角形 $(t_{n3}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 1)$ の面積の差である。三角形 $(t_{n1}, 0)$ 、 $(t_{n3}, 0)$ 、 $(t_{n2}, 1)$ の中で、下の式に成立する。

$$\therefore r = \frac{S_3}{S_2} = \frac{\frac{(t_{n3} - t_{n1})}{2} \times 1 - \frac{(t_{n3} - t_i)\mu_i}{2}}{\frac{t_{n3} - t_{n1}}{2}} = 1 - \frac{(t_{n3} - t_i)\mu_i}{t_{n3} - t_{n1}}$$

$$\frac{t_{n3} - t_i}{t_{n3} - t_{n2}} = \frac{\mu_i}{1}$$

$$\therefore r = 1 - \frac{(t_{n3} - t_i)^2}{(t_{n3} - t_{n2})(t_{n3} - t_{n1})}$$

$$t_i = t_{n3} - \sqrt{(t_{n3} - t_{n2})(t_{n3} - t_{n1})(1-r)}$$

処理時間 $c_i = t_i$ は、下の式に成立する。

$$c = t_{n3} - \sqrt{(t_{n3} - t_{n2})(t_{n3} - t_{n1})(1-r)}$$

7. まとめ

主に生産システム中で幅広く使われている TOC スケジューリング管理手法に対し、人間の主観による曖昧な処理時間をファジィ理論の成果である満足度関数と可能性分布で特徴づけて、作業の処理時間を仮定し、最適な処理時間の定量化を試みた。

制約理論を用いたプロジェクトスケジューリング (TOCPS) では、過去のデータに基づいて作業の処理時間を正規分布やベター分布を仮定し、意思決定者の納期に対して納期を守る確率で処理時間を決めているが、本研究では、作業の処理時間に関する蓄積されたデータがない新開拓の作業処理を取り上げ、作業担当者の主観や経験に基づくファジィ理論の可能性分布と仮定した。詳細には、分析のために線形の三角形ファジィ数 (TFN: Triangular Fuzzy Number) 仮定する。この分布は、作業担当者の性格、心理も柔軟に取り扱える。意思決定者の納期に相当する概念は、作業完了時間が遅ければ遅いほど満足度が減っていく満足度関数として定義する。簡略化のために TFN の導入のみでは、実際状況を表現するのに十分とはいえないが、本研究はその解析を中心とする基礎研究として値があると思われる。

参考文献一覧

- [1] 「ザ・クリスタルボール」、エリヤフ・ゴールドラット (著)、岸良裕司 (監修)、三本木亮 (訳)、ダイヤモンド社、2009年11月
- [2] 「クリティカルチェーン—なぜ、プロジェクトは予定どおりに進まないのか?」、エリヤフ・ゴールドラット (著)、三本木亮 (訳)、津曲公二 (解説)、ダイヤモンド社、2003年10月
- [3] 「ザ・ゴール—企業の究極の目的とは何か」、エリヤフ・ゴールドラット (著)、三本木亮 (訳)、稲垣公夫 (解説)、ダイヤモンド社、2001年5月
- [4] 「制約理論 (TOC) についてのノート」、小林英三 著、ラッセル社、2000年7月
- [5] 「SCP (サプライ・チェーン・プランニング)」、福島美明、工業調査会、2001年9月
- [6] 「信頼性工学のはなし」、大村 平 著、日科技連、1988年9月
- [7] 「Basic 経営科学」、西田俊夫 著、現代数学社、2000年3月