

2種類の発注費用を考慮した 寿命に制約のある商品の在庫管理

安 達 康 生*

Perishable Inventory Problem with Two Type of Customers and Different Purchasing cost.

Yasuo Adachi*

Abstract

This paper considers the following inventory control problem. (1) Ordering takes place at the start of a period and ordering quantity is y . Unit purchasing cost c_1 when ordering quantity is $y \leq y^0$ and unit purchasing cost c_2 when ordering quantity is $y > y^0$ are charged. We assume that $c_1 > c_2$. (2) Maximum lifetime of the perishable commodity treated is m periods. There exist two types of customers. One has a high priority and buys the newest (remaining lifetime m) commodity only, while the other has a low priority and buys not only the newest but also old ones. That is, at the start of each period, high priority demand (type H customer) is first satisfied from the newest commodity in stock after ordering and next low priority demand (type L customer) from remaining stock according to FIFO issuing policy. We show the expected profit function to be maximized in Section 3. Section 4 derives an optimal ordering quantity for the expected profit function to be maximized. Section 5 discusses further research problems.

キーワード

在庫管理, 最適発注方策, 寿命に制約のある商品

1. 緒 言

在庫管理において、寿命に制約のある商品は、腐敗性はその商品の将来の在庫状態に大きな影響を与えることになる。こうした理由により、寿命に制約のある商品 (Perishable

*あだち やすお：大阪国際大学経営情報学部講師〈2002.11.18受理〉

Product) に対する在庫管理問題が生じる。寿命に制約のある商品に対して、次のような研究が過去に行われている。Bulinskaya[1], VanZyl[2]は、寿命がそれぞれ1期間と2期間であるモデルを取り扱い、最適発注政策を決定したが、彼らは廃棄損失費用を考慮していなかった。NahmiasとPierskalla[3]は初めて廃棄損失費用を考慮し、寿命が2期間の商品の動的モデルを提案し、最適発注政策を決定した。その後、Fries[4]とNahmias[5]は寿命を m 期間にまで拡張して解析を行った。また、これまでは1種類の需要についてのみ考えていたが、Ishii[6]は需要においても新しいものしか買わない顧客と、古いものでも安ければ買う顧客の2種類の需要を考慮した。本研究では、寿命に制約のある商品の在庫問題において、2種類の需要を考慮し、単位あたりの発注費用を一定にするのではなく、ある発注量を越えると発注費用が下がるモデルを提案する。提案されたモデルにおいて期待利益関数の定式化を行い、最適発注量と割引される発注点の関係について述べる。

2. モデルの設定

2. 1 モデルの仮定

- (1) ある計画期間の任意の1期間について考える。
- (2) 発注は期間の初めに行われ、発注量を y とする。製品単位あたりの発注費用は、 $y \leq y^0$ のとき c_1 、 $y \geq y^0$ のとき c_2 とする。
- (3) 取り扱う製品の最大寿命は m 期間であり、二種類の顧客タイプが存在する。一方はもっとも新鮮な(残り寿命が m)製品のみを購入し、優先度の高いタイプである(タイプ H の需要とする)。他方は、必ずしも新鮮でなくても価格が安ければ製品を購入するタイプで、優先度が低いタイプである(タイプ L の需要とする)。すなわち、各期間の始めに発注し、納入後に、タイプ H の需要にもっとも新しい(今納入されたばかり、残り寿命 m)製品を引き当て、次に残りの在庫からFIFO(先入れ先出し)払い出し政策でタイプ L の需要に引き当てる。
- (4) もし製品が寿命0になるまでに払い出されなければ、廃棄処分される。単位当たりの廃棄損失費用は θ とする。
- (5) 各期のタイプ L の需要 D_j^L ($j = 1, 2, \dots$)は独立な非負の確率変数で既知の分布関数 $F_j^L(\bullet)$ に従い、密度関数 $f_j^L(\bullet)$ を持つものとする。また、 $F_j^L(0) = f_j^L(0) = 0$ で0を除いて連続であると仮定する。タイプ H の需要 D_j^H ($j = 1, 2, \dots$)も同じ条件を満たすとし、各タイプ H とタイプ L の需要は互いに独立とする。
- (6) タイプ H の需要、タイプ L の需要それぞれに対する品切れ損失費用は、それぞれ p_H 、 p_L とし、 $p_H \geq p_L$ と仮定する。また、単位当たりの保管費用を h とする。
- (7) 残り寿命が k 期間の製品は単位当たり R_k ($k = 1, 2, \dots, m$)で販売される。さらに、 $R_{k+1} \geq R_k$ ($k = 1, 2, \dots, m-1$)と仮定する。

2. 2 記号の説明

x_i : 残り寿命 i の手持ち在庫量 ($i = 1, 2, \dots, m-1$)

$x = \sum_{i=1}^{m-1} x_i$: 残り寿命が $1 \sim m-1$ 残っている手持ち在庫の総量

$B_j = [D_j^L + B_{j-1} \leq u]$ ($j = 1, 2, \dots, m-1$)

j 期間後に腐敗する製品が全部払い出された後の満足されない全需要

$Q_n(u : X_{n-1}) : Pr \{D_N^L + B_{n-1} \leq u\}$ ($n = 1, 2, \dots, m$) つまり, D_N^L と B_{n-1} の和が u よりも大きくない確率

$q_n(u : X_{n-1}) : Q_n(u : X_{n-1})$ の密度関数

$L(y : X_{m-1})$ 現在の在庫レベル X_{m-1} の下で y だけ発注したときの期待費用関数

$K(y : X_{m-1})$: 期待利益関数

3. モデルの定式化

3. 1 発注費用

発注費用は発注量 y により異なるので, (a) $y \leq 0$, (b) $0 < y \leq y^0$, (c) $y > y^0$ の場合が考えられる. したがって, 発注費用 $OC(y)$ は以下ようになる.

$$OC(y) = \begin{cases} 0 & (y \leq 0) \\ c_1 y & (0 < y \leq y^0) \\ c_1 y + c_2 (y - y^0) & (y > y^0) \end{cases} \quad (3.1)$$

3. 2 廃棄損失費用

廃棄する製品の数量は, その期間の需要により決定される. 1 期間後の一番新しい製品の在庫量を W とすると,

$$W = \begin{cases} y - D_1^H & (0 < y \leq y^0) \\ 0 & (y > y^0) \end{cases}$$

となるので, W の期待値 $E(W)$ は,

$$E(W) = \int_0^{y^0} F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (3.2)$$

となる.

3. 3 品切れ損失費用

まずタイプ H の品切れ損失費用であるが, 品切れはタイプ L の需要量が残り寿命が m の製品の発注量を上回ったときに起こるので,

$$\int_y^\infty v F_1^H(v) dv - y\{1 - F_1^H(y)\} \quad (3.3)$$

となる。

次にタイプ L の品切れ損失費用であるが、タイプ L の品切れが起こるのは次の2つの場合が考えられる。

- (a) タイプ H の需要量が残る寿命が m の製品の発注量を下回り、タイプ L の需要量が残りの在庫量を上回った場合
- (b) タイプ H の需要量が残る寿命が m の製品の発注量を上回り、タイプ L の需要量が残る寿命が $m-1$ 以下の製品の在庫量を上回った場合

したがって、

$$\int_0^y f_1^H(v) \int_{y+x-v}^\infty (u+v-x-y) f_1^L(v) dudv + \{1 - F_1^H(y)\} \int_x^\infty (u-x) f_1^L(u) du \quad (3.4)$$

となる。

3. 4 保管費用

発注量 y のうち残り寿命が k で売れる製品は $m-1$ 期間保管されるので、その保管費用は、

$$(m-k)h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-n+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv \quad (3.5)$$

となる。発注した製品のうち、途中で売れる製品にかかる保管費用は (3.5) 式において k を 1 から $m-1$ までの総和で表されるので、

$$\sum_{k=1}^{m-1} (m-k)h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-n+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv \quad (3.6)$$

となる。また、発注した製品の中で、売却されずに廃棄される製品は $m-1$ 期間だけ保管されるので、保管費用は、

$$(m-k)h \int_0^y f_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (3.7)$$

となる。よって、(3.6)、(3.7) 式より発注量 y にかかる保管費用は

$$H = \sum_{k=1}^{m-1} (m-k)h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-n+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv + (m-1)h \int_0^y f_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (3.8)$$

となる。

3. 5 売上量

残り寿命が k 期間残っている製品の売り上げ量を U_k とし、残り寿命が k 期間以上残っている製品の売り上げ量を \bar{U}_k とする ($K=1, 2, \dots, m$). タイプ H の需要量 D_1^H と発注量 y に関して次の2つの場合が考えられる.

(1) $D_1^H \geq y$ の場合

残り寿命が m の製品は1期間目ですべて売れるため, $U_m = y, U_k = 0, k \neq m$.

(2) $D_1^H < y$ の場合

このとき, タイプ L の需要量 D_1^L に応じてさらに場合分けを考えると U_m は,

$$U_m = \begin{cases} D_1^H & (D_1^L \leq x) \\ D_1^H + D_1^L - x & (x < D_1^L < x + y - D_1^H) \\ y & (D_1^H + D_1^L \geq x + y) \end{cases}$$

となる. したがって, (1), (2) よりの期待値 $E(\bar{U}_k)$ は次のように表される.

$$E(\bar{U}_k) = \int_0^y \{ (y-n) - \int_0^{y-v} Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) du \} f_1^H(v) dv$$

よって, U_k の期待値 $E(U_k)$ は,

$$E(U_k) = \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) du - Q_{m-k-1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \quad (3.9)$$

となる. また, U_m の期待値 $E(U_m)$ は次のように表される.

$$E(U_m) = y - \int_0^y f_1^H(v) \int_x^{x+y-v} F_1^L(u) dudv \quad (3.10)$$

3. 6 期待利益関数

(3.1) ~ (3.10) 式より, 期待利益関数 $K(y : X_{m-1})$ は次のように表される.

$$\begin{aligned} K(y : X_{m-1}) &= \sum_{k=1}^{m-1} R_k \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\ &\quad - Q_{m-k-1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \\ &\quad + R_m \{ y - \int_0^y f_1^H(v) \int_x^{x+y-v} F_1^L(u) dudv \} \\ &\quad - [OC(y) + \theta \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \\ &\quad + p_H \{ \int_y^\infty v f_1^H(v) dv - y \{ 1 - F_1^H(y) \} \}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + p_L \{ \int_0^y f_1^H(v) \int_{y+x-v}^\infty (u+v-x-y) f_1^L(v) dudv + \{1 - F_1^H(y)\} \int_x^\infty (u-x) f_1^L(u) du \} \\
 & + \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \\
 & + (m-1) h \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv
 \end{aligned}$$

そこで発注費用 $OC(y)$ が y^0 に関して変化するため, $0 < y \leq y^0$ の場合の期待利益関数を, $K_1(y : X_{m-1})$, $y > y^0$ の場合の期待利益関数を $K_2(y : X_{m-1})$ とすると, $K_1(y : X_{m-1})$, $K_2(y : X_{m-1})$ は次のように表される.

$$\begin{aligned}
 K_1(y : X_{m-1}) &= \sum_{k=1}^{m-1} R_k \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\
 & - Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \\
 & + R_m \{ y - \int_0^y f_1^H(v) \int_x^{x+y-v} F_1^L(u) dudv \} \\
 & - [c_1 y + \theta \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \\
 & + p_H \{ \int_y^\infty v f_1^H(v) dv - y \{ 1 - F_1^H(y) \} \}] \\
 & + p_L \{ \int_0^y f_1^H(v) \int_{y+x-v}^\infty (u+v-x-y) f_1^L(v) dudv + \{1 - F_1^H(y)\} \int_x^\infty (u-x) f_1^L(u) du \} \\
 & + \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \\
 & + (m-1) h \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_2(y : X_{m-1}) &= \sum_{k=1}^{m-1} R_k \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{ Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\
 & - Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k}) \} dudv \\
 & + R_m \{ y - \int_0^y f_1^H(v) \int_x^{x+y-v} F_1^L(u) dudv \} \\
 & - [c_1 y^0 + c_2 (y - y^0) + \theta \int_0^y F_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \\
 & + p_H \{ \int_y^\infty v f_1^H(v) dv - y \{ 1 - F_1^H(y) \} \}] \\
 & + p_L \{ \int_0^y f_1^H(v) \int_{y+x-v}^\infty (u+v-x-y) f_1^L(v) dudv + \{1 - F_1^H(y)\} \int_x^\infty (u-x) f_1^L(u) du \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h \int_0^y f_1^H(v) \int_0^{y-v} \{Q_{m-k}(u + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-k+1}(u + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dudv \\
 & + (m-1) h \int_0^y f_1^H(v) Q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

4. 最適発注量

前節で求めた期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$, $K_2(y : X_{m-1})$ がそれぞれ y に関して最適な発注量が存在することを考える. まず, 期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$ に関して次の定理が成り立つことを示す.

定理: 期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$ は y に関して狭義の凹関数である.

証明:

次の (4.1) 式が成り立つことを示せば十分である.

$$\frac{\partial^2 K_1(y : X_{m-1})}{\partial y^2} < 0 \quad (4.1)$$

まず, 期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$ を y で偏微分して第2次偏導関数を計算すると次のようになる.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 K_1(y : X_{m-1})}{\partial y^2} & = \sum_{k=1}^{m-1} (R_k - R_{k+1}) \{f_1^H(y) Q_{m-k}(\sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) \\
 & + \int_0^y f_1^H(v) q_{m-k}(y-v + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) dv\} \\
 & - \theta \int_0^y f_1^H(v) q_m(y-v : X_{m-1}) dv - p_H f_1^H(y) \\
 & - p_L \{ \int_0^y f_1^H(v) f_1^L(x+y-v) dv + f_1^H(y) (F_1^L(x) - 1) \} \\
 & - \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h f_1^H(y) \{f_0^y f_1^H(v) Q_{m-k}(\sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - Q_{m-k+1}(\sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} \\
 & - \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h f_0^y f_1^H(v) \{q_{m-k}(y-v + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j : X_{m-k-1}) - q_{m-k+1}(y-v + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j : X_{m-k})\} dv \\
 & - (m-1) h \int_0^y f_1^H(v) q_m(y-v : X_{m-1}) dv \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

ここで, 前提条件より $R_{k+1} \geq R_k$ であるので, (4.2) 式の第1項は負となる. また, それ以外の項はそれぞれの係数が負であることから, (4.2) 式全体としては負となる. よって,

$$\frac{\partial^2 K_1(y : X_{m-1})}{\partial y^2} < 0$$

となる。以上のことより、期待利益関数 $K_1(y; X_{m-1})$ は y に関して狭義の凹関数である。

同様に期待利益関数 $K_2(y; X_{m-1})$ についても次の定理が成り立つ。

定理：期待利益関数 $K_2(y; X_{m-1})$ は y に関して狭義の凹関数である。

証明：

次の (4.3) 式が成り立つことを示せば十分である。

$$\frac{\partial^2 K_2(y; X_{m-1})}{\partial y^2} < 0 \quad (4.3)$$

同様に、期待利益関数 $K_2(y; X_{m-1})$ を y で偏微分して第 2 次偏導関数を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 K_2(y; X_{m-1})}{\partial y^2} &= \sum_{k=1}^{m-1} (R_k - R_{k+1}) \{f_1^H(y) Q_{m-k}(\sum_{j=m-k}^{m-1} x_j; X_{m-k-1}) \\ &\quad + \int_0^y f_1^H(v) q_{m-k}(y-v + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j; X_{m-k-1}) dv\} \\ &\quad - \theta \int_0^y f_1^H(v) q_m(y-v; X_{m-1}) dv - p_H f_1^H(y) \\ &\quad - p_L \{ \int_0^y f_1^H(v) f_1^L(x+y-v) dv + f_1^H(y) (F_1^L(x) - 1) \} \\ &\quad - \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h f_1^H(y) \{ Q_{m-k}(\sum_{j=m-k}^{m-1} x_j; X_{m-k-1}) - Q_{m-k+1}(\sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j; X_{m-k}) \} \\ &\quad - \sum_{k=1}^{m-1} (m-k) h \int_0^y f_1^H(v) \{ q_{m-k}(y-v + \sum_{j=m-k}^{m-1} x_j; X_{m-k-1}) - q_{m-k+1}(y-v + \sum_{j=m-k+1}^{m-1} x_j; X_{m-k}) \} dv \\ &\quad - (m-1) h \int_0^y f_1^H(v) q_m(y-v; X_{m-1}) dv \quad (4.4) \end{aligned}$$

先ほどと同様に、前提条件より $R_{k+1} \geq R_k$ であるので、(4.4) 式の第 1 項は負となる。また、それ以外の項はそれぞれの係数が負であることから、(4.4) 式全体としては負となる。よって、

$$\frac{\partial^2 K_2(y; X_{m-1})}{\partial y^2} < 0 \quad (4.5)$$

となる。したがって、期待利益関数 $K_2(y; X_{m-1})$ は y に関して狭義の凹関数である。

以上の定理より、期待利益関数 $K_1(y; X_{m-1})$, $K_2(y; X_{m-1})$ が y に関して狭義の凹関数であり、それぞれに最適発注量が存在することが示された。さらに、期待利益関数 $K_1(y; X_{m-1})$, $K_2(y; X_{m-1})$ の最適発注量 y_1^0 , y_2^0 に対して次の定理が成り立つ。

定理：最適発注量 y_1^0 は $[0, \infty)$ の範囲に存在し、次のようになる。

$$y_1^0 = \begin{cases} \hat{y}_1 & (R_m + p_H - c_1 > 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.6)$$

ただし、 \hat{y}_1 は $\partial K_1(y : X_{m-1})/\partial y = 0$ を満たす解である。

同様に、最適発注量 y_2^0 は $[0, \infty)$ の範囲に存在し、次のようになる。

$$y_2^0 = \begin{cases} \hat{y}_2 & (R_m + p_H - c_2 > 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.7)$$

ただし、 y_2^0 は $\partial K_2(y : X_{m-1})/\partial y = 0$ を満たす解である。

証明：

期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$ において、

(1) $y \rightarrow 0$ の場合

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial K_1(y : X_{m-1})}{\partial y} = R_m + p_H - c_1 = \begin{cases} > 0 & (R_m + p_H - c_1 > 0) \\ \leq 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.8)$$

(2) $y \rightarrow \infty$ の場合

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial K_1(y : X_{m-1})}{\partial y} = -c_1 - \theta - h < 0 \quad (4.9)$$

よって、(4.1), (4.8), (4.9) より $\partial K_1(y : X_{m-1})/\partial y$ は y に関して連続で、かつ減少関数である。したがって、平均値の定理から y_1^0 が $[0, \infty)$ の範囲に存在する。

同様に、期待利益関数 $K_2(y : X_{m-1})$ においても次のことが示される。

(1) $y \rightarrow 0$ の場合

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial K_2(y : X_{m-1})}{\partial y} = R_m + p_H - c_2 = \begin{cases} > 0 & (R_m + p_H - c_2 > 0) \\ \leq 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.10)$$

(2) $y \rightarrow \infty$ の場合

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial K_2(y : X_{m-1})}{\partial y} = -c_2 - \theta - h < 0 \quad (4.11)$$

よって、(4.3), (4.10), (4.11) より $K_2(y : X_{m-1})$ は y に関して連続で、かつ減少関数である。したがって、平均値の定理から y_2^0 が $[0, \infty)$ の範囲に存在する。

次に最適発注量 y_1^0 , y_2^0 について考えると次の定理が成り立つ。

定理：期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$, $K_2(y : X_{m-1})$ の最適発注量 y_1^0 , y_2^0 に対して、常に $y_1^0 < y_2^0$ が成り立つ。

証明：期待利益関数 $K_1(y : X_{m-1})$, $K_2(y : X_{m-1})$ の第1次偏導関数より,

$$\frac{\partial K_1(y : X_{m-1})}{\partial y} \quad \frac{\partial K_2(y : X_{m-1})}{\partial y}$$

となる。これは、 $K_2^i(y : X_{m-1})$ の傾きが常に $K_1(y : X_{m-1})$ の傾きより大きいことを示している。よって、最適発注量 y_1^0 , y_2^0 に対して、常に $y_1^0 < y_2^0$ が成り立つ。

以上のことから、 $K(y_1^0 : X_{m-1}) = K(y_2^0 : X_{m-1})$ を満たす y^0 を y^B とすると、 y^0 と y^B の大小関係より、

- (1) $y^0 < y^B$ のとき、発注量 y_2^0
- (2) $y^0 = y^B$ のとき、発注量 y_1^0 or 発注量 y_2^0
- (3) $y^0 > y^B$ のとき、発注量 y_1^0

となり、期待利益関数 $K(y : X_{m-1})$ を最大化する最適発注量がただ一つ存在する。

5. 結 言

本研究では、2種類の需要が存在する寿命に制約のある製品の在庫問題において、全期間の保管費用と2種類の発注費用を考慮した在庫管理モデルを提案した。そして、発注費用が変化した場合において、期待利益関数 $K(y : X_{m-1})$ を最大にする最適発注量 y が $[0, \infty)$ の範囲にただ一つ存在することを明らかにした。また、本研究で提案したモデルでは考慮していなかった倉庫容量や納入リードタイムに対してもそれぞれの要因を導入したモデルを考える必要がある。そうしたモデルを検討することにより、より現実に近い問題の定式化を行うことができると考えられる。

<引用・参考文献>

- [1] Bulinskaya, E., Some Results Concerning Optimal Inventory Policies, Theory of Applications, Vol. 9, pp. 389-403 (1964).
- [2] Van Zly, G., Inventory Control for Perishable Commodities, Ph. D. Dissertation, University of North Carolina (1964).
- [3] Nahmias, S. and Pierskalla, W., Optimal Ordering Policies for a Product that Perishes in Two Periods subject to Stochastic Demand, Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 20 pp. 207-229 (1973).
- [4] Fries, B. : Optimal Ordering Policies for a Perishable Commodities with Fixed Lifetime, Operations Research, Vol. 23, pp. 46-61 (1975).
- [5] Prastacos, G., Optimal myopic allocation of a product with fixed lead time, Journal of the Operational Research Society, Vol. 29, pp. 905-913(1978).
- [6] H. Ishii, T. Nose, Perishable Inventory Problem with Two Types of Customers and Different Selling Prices, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.36, No.4, pp 199-205(1993).