

ファジィ指数型AHPに関する研究

小谷直也*¹ 古殿幸雄*²

A Study on Fuzzy Exponential AHP

Naoya Kotani*¹ Yukio Kodono*²

Abstract

Analytical Hierarchy Process (AHP) is a very useful decision-making method as it captures decision-making elements hierarchically. However human decisions will be fuzzy in nature.

This paper employs fuzzy concepts to deal with the fuzzy exponential in AHP. The objective was to determine a method of deriving the weights or criteria and their alternatives, specifically by using the fuzzy exponential for the pairwise comparison scale. Experiments were conducted using both the normal pairwise comparison scale and that using the fuzzy exponential. The results showed the usefulness of fuzzy exponential AHP.

Keywords

AHP, Pairwise Comparison Scale, Fuzzy Exponential, Decision Making

1. まえがき

本研究では、AHP（階層化意思決定法）^{[1],[2]} で用いる一対比較値に、ファジィ概念を導入する方法について検討し、このファジィ一対比較値を用いて、評価項目や代替案のウェイトの導出を行う方法について検討している。

AHPにファジィ概念を導入する方法は、一対比較行列に含まれる不確実さを反映させるために、ウェイトを区間値にする方法^[3] や一対比較行列の要素にファジィ数を導入し、ファジィ逆数行列を用いる方法^[4] などが提案されている。これらは、一対比較値の段階において、ファジィ概念を直接導入しない方法である。あるいは、ファジィ積分の概念を用いる方法^[5] もあるが、これらもファジィ概念を直接導入しない方法と考えることができる。

また、一対比較値をファジィ指数により表現する方法^[6] やファジィ対数により表現する方法^[7] なども提案されている。これらは、一対比較値の段階において、ファジィ概念

* 1 小谷に なおや：大阪国際大学大学院経営情報学研究科経営情報学専攻博士課程（2007.6.15受理）

* 2 古殿の ゆきお：大阪国際大学経営情報学部教授

を直接導入する方法である。

したがって、AHPにファジィ概念を導入する方法には、大別して2つの方法に分類できる。本研究においては、後者の立場でのファジィ概念の導入を検討している。

さて、一対比較値にファジィ概念を導入するために、一対比較値の形状を検討する実験が行われ、その実験結果からファジィ一対比較値を推定し^[8]、このファジィ一対比較値の代表値を用いた実証的実験を行うことで、新たなファジィ一対比較値が提案^{[9],[10]}されている。その後、意思決定者にとって一般的で扱いやすい数値の一対比較値を作成し、一対比較値のスケール変化に伴う実験的考察が行われている^[11]。これらの実験結果をふまえて、一対比較値に対して直接ファジィ概念を導入する方法としてファジィ指数を用いたファジィ指数型AHPが提案されている^{[12],[13]}。

ファジィ概念を導入した方法は、以上に述べてきたように多数提案されているが、いずれの方法も人文科学・社会科学分野では、あまり用いられていない。これは、人文科学・社会科学分野において、計算過程などが比較的複雑であり、実際に意思決定者が扱いづらいためではないかと考えられる。

したがって、本研究では、意思決定者に対して使いやすいことを目的とした、一対比較値に直接ファジィ概念を導入するファジィ指数型AHPを提案し、その応用例を示すことで、ファジィ指数型AHPの有用性を検討する。

2. AHP

AHP（階層化意思決定法）は、階層的構造（図2-1）を基本的構造の道具として用いており、1970年代にSaatyによって開発された^[1]意思決定の手法である^[2]。

階層的構造とは、問題、評価基準、代替案の3項を階層的にとらえる構造のことで、階層構造の一番上は1つの要素からなる問題である。それより下の階層では問題解決の当事者の判断により、いくつかの要素数（評価基準の数）が1つ上の階層の要素（問題か評価基準）との関係から決められる。また、階層の数は、解決すべき問題の性質によって決められる（複数の場合、多階層もある）。最後に階層の一番下に代替案を置く^[2]。

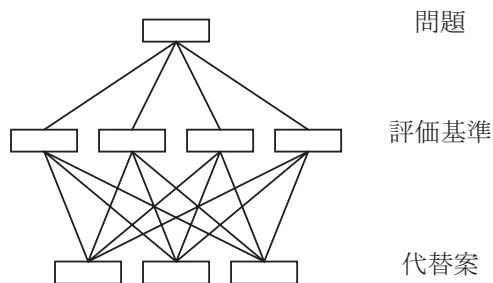


図2-1 階層図

また、AHPは、決定に関した要素を階層構造によって把握し、対立する要素も取り込むことができる。そして、尺度の異なる要素も比較することができ、計量可能でないようなフィーリングや好みといったものまでも扱うことができる手法で、経験や勘という感覚情報を意思決定のプロセスにおける重要な要素としている。したがって、人間のメカニズムに直接切り込んだ手法と言える。

また、人間の分析能力を階層構造に従って積み上げることで、近似的な仮説をもうける。そして、計量的な方法を適用することにより、人間の感性に及ばない事例にも対処できるという特徴がある。

さて、階層構造の構築後、「要素 i は要素 j と比較してどれくらい重要か」と2つずつ比べる一対比較を行う。この一対比較では、1つ上のレベルにある関係要素のもとで行う。

いま、 n を対象の比較要素の数とすると、意思決定者は、 nC_2 個の一対比較をすることになる。さらに、この一対比較に用いられる値は1/9, 1/8, ..., 1/2, 1/2, ..., 8, 9 (表2-1) とする。

以上のようにして得られた各レベルの一対比較行列 (既知) から、各レベルの要素間の重み (未知) を計算する。これには一対比較行列の固有ベクトルの値を用いる^[2]。これにより、被験者個人の価値観が反映されるとするものである。

表2-1 一対比較値

| (要素 j と比較して要素 i は) → | (a_{ij}) |
|---------------------------------|------------|
| 同じくらい重要 → | 1 |
| 若干重要 → | 3 |
| 重要 → | 5 |
| かなり重要 → | 7 |
| 絶対的に重要 → | 9 |
| 補間的に用いる → | 2, 4, 6, 8 |
| $a_{ij} = 1, a_{ji} = 1/a_{ij}$ | |

3. メンバーシップ関数を推定するための実験

ここでは、AHPで用いられる一対比較値に対して、人間の主観的なあいまいさが、どの程度含まれているかを調査する目的で行った実験について述べる^[8]。この実験では、図3-1で示すような2つの面積画像を比較することで、人間の主観的なデータと実際の物理的データを収集する。

データ収集の具体的な方法は、画面上にランダムに表示される図形A、Bに対して「図形Bの面積は、図形Aの面積の何倍か」を1倍から9倍の選択項目の中から選ぶ。図形Bは、ランダムに表示される図形Aの1倍、1.25倍、..., 9.75倍までの36種類があり、各10回を表示するようにして、合計360回のデータを被験者1名に対して収集する。例えば、図形Aの面積が3cm²であれば図形Bは9倍の27cm²であったり、また図形Aが1cm²であれば図形Bは9倍の9cm²であったりと、同じ9倍でも図形Aの大きさは固定されていない。

当初は1倍、1.1倍、1.2倍、1.3倍、…と0.1間隔でデータを収集することも考えたが、1人の被験者の疲労などが問題となるため、この様な回数に設定した。

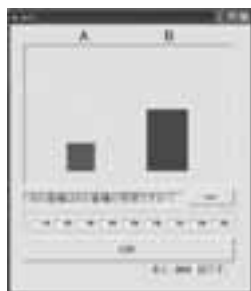


図3-1 実験画面

以上の様な実験を被験者25名に対して行った。その結果の一部を図3-2に示す。縦軸は回数比率であり、横軸は図形の倍数である。図3-2はある被験者のデータである。この図から1倍と表示された図形を1倍と回答したことが100%であることが分かる。続いて2倍の場合も同様に2倍と答えられている。しかしながら、3倍以降になると実際の大きさとの比較が難しくなっていることが示されており、本来の倍数と同じ倍数で回答する割合は50%前後の範囲となった。

また、図3-3は平均的傾向をみたものである。図3-2の被験者のデータと同様に、3倍以降の大きさに実際の大きさを示すことは難しく、対象が大きく異なるにつれて、人間の比較能力があいまいになっていることを表していることが、平均的傾向からもうかがうことができる。

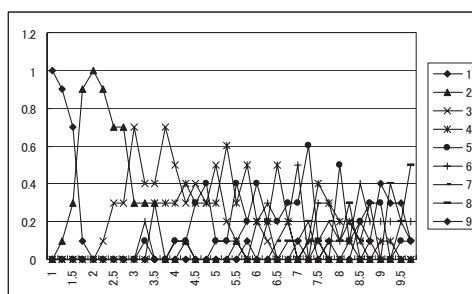


図3-2 実験データの例

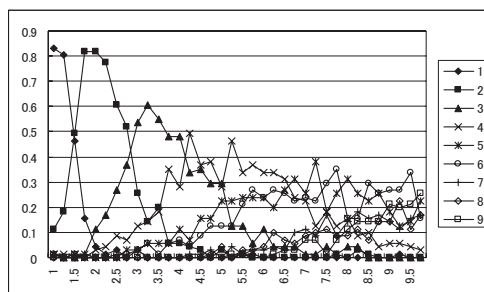


図3-3 被験者の平均

図3-3に見られる傾向は、直観的に考えれば、比較のしやすい対象どうしはあいまいさが小さく、比較がしにくくなる対象どうしに対しては、あいまいさが大きくなることを示していると考えられる。つまり、図形の大きさが、1倍、2倍（同じ程度の対象どうし）の比較では、人間の感覚での判断が容易であるのに対して、3倍から9倍の比較（比較がしにくくなる対象どうし）に関しては、人間の感覚での判断が、よりあいまいになっていることが示されていると考えられる。このことから、より細かく図形の大きさを設定しても同じ結果になると考えられる。

また、人間の感覚による判断の難しさから、多くの選択肢を使用することは、比較がしにくくなる対象どうしを細かく判断されることになり、比較がしにくくなる対象どうしに対しては、大きな範囲で間隔をあげ、その分少ない選択肢を用いる方が実用的であろうと考えられる。

例えば、リンゴどうしなど、同じ大きさの果物を比較する場合は、その比較に対しては、あいまいさは少ないが、リンゴとスイカなどの果物を比較する場合には、どの位大きさに違いがあるかによって、あいまいさが増加し、この場合、細かな比較値の設定は、人間の判断をよりあいまいにするために、あいまいさを考慮して間隔をあげる方が良いであろう。

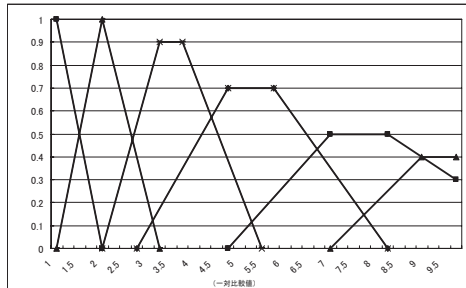


図3-4 メンバースhip関数推定のヒント

以上のことより、メンバースhip関数は、図3-4に近い形状が考えられ、ファジィ一対比較値は表3-1のような値が考えられる。なお、図3-4の各形状関数の中心と表3-1の値とは、一致していないが、この表では、1～9.75までの数字の間隔的な要因を重視しており、後に述べるが、この一対比較値の中心値は、最終的にファジィ指数によって表す。

したがって、従来のAHPの一対比較値は、1から9までの9つの選択項目があるが、人間のあいまいさを含めた6つ程度のメンバースhip関数を用いる提案が行われた^[8]。

表3-1 ファジィー対比較値

| (要素 j と比較して要素 i は) | → | (a_{ij}) |
|---------------------------------|---|--------------|
| 同じくらい重要 | → | 1 |
| 若干重要 | → | 2 |
| 少し重要 | → | 3.5 |
| 重要 | → | 5.5 |
| かなり重要 | → | 7.25 |
| 絶対的に重要 | → | 9.5 |
| $a_{ij} = 1, a_{ji} = 1/a_{ij}$ | | |

4. スケール比較のための実験とファジィ指数の提案

表3-1のファジィー対比較値は、図形の面積比較によって得られるものであるから、より一般的に、計数的な対象に対して等差数列的なスケールと等比数列的なスケールでの違いが見られるかを調べるために、表4-1のような一対比較値を用いることにした。

表4-1 スケール比較のための一対比較値

| (要素 j と比較して要素 i は) | → | (a_{ij}) |
|---------------------------------|---|--------------|
| 同じくらい重要 | → | 1 |
| 若干重要 | → | 2 |
| 少し重要 | → | 3 |
| 重要 | → | 5 |
| かなり重要 | → | 8 |
| 絶対的に重要 | → | 11 |
| $a_{ij} = 1, a_{ji} = 1/a_{ij}$ | | |

ここでは、表4-1の新たな一対比較値の表を基にAHPでの実験を行う。そして、従来型のAHPと新たな一対比較値でのAHP（以下、指数型とする）とのC.I.値（整合度）と総合評価の結果とを比較検討する。

具体的には、被験者に問題と評価基準4項目と代替案4項目を各個人ごとに設定して従来型のAHPを行う。すなわち、各個人は、最も興味のある問題を自分で選び、その問題に対しての評価基準と代替案を選ぶ。その後、表4-1で比較のために用いる一対比較値を用いて、各個人に同じ問題、同じ評価基準、同じ代替案で指数型のAHPを行った。このような実験を被験者35名に対して行った。

ある被験者を例としてあげる。この被験者は、「デジタルオーディオプレーヤーの購入」を問題として、「重さ」、「色」、「値段」、「連続再生時間」を評価項目とし、「日立HMP-S2A」、「パナソニックSV-SR100」、「SIGNEO_SN-M600-2GS」、「パーテックスリンクG3-2G-SL」を代替案としている。

この被験者の実験結果、すなわち、C.I.値と総合評価とを表4-2に示す。C.I.値は従来型より、指数型の方が小さくなっている。総合評価では数値的にはあまり変わりがなく、

また順位にも変動がない。

表4-2 ある被験者の結果

| | 従来型のAHP | 指数型のAHP | 差 | | |
|--------------|-----------|------------|---------|---|---------|
| 評価基準 (C.I.値) | 0.0761484 | 0.0214293 | 0.05472 | | |
| 代替案 (C.I.値) | 0.0833075 | 0.019927 | 0.06338 | | |
| | 0.119123 | 0.0480329 | 0.07109 | | |
| | 0.0475321 | 0.0135671 | 0.03397 | | |
| | 0.0394886 | 0.00484524 | 0.03464 | | |
| 総合評価 | 順位 | 順位 | | | |
| | 0.4565 | 1 | 0.4008 | 1 | 0.0557 |
| | 0.06749 | 4 | 0.10197 | 4 | -0.0345 |
| | 0.16805 | 3 | 0.19671 | 3 | -0.0287 |
| | 0.30796 | 2 | 0.30052 | 2 | 0.00743 |

次に全データからC.I.値と総合評価とを比較する。

表4-3は従来型のAHPの総合評価の順位を基準として指数型の順位に変化があるものを、「変動あり」としてまとめた回数比率である。

表4-3 総合評価の順位変動

| | 変動無し | 変動あり |
|------|------|------|
| 総合評価 | 66% | 34% |

表4-4は従来のAHPのC.I.値を基準として指数型のC.I.値が従来型より小さな値の場合を「小さい値」、大きな値の場合を「大きい値」、従来型と同じ値を「同じ値」としてまとめた回数比率である。

表4-4 C.I.値の比較値

| | | 変動無し | 変動あり |
|------|------|-------|-------|
| 小さい値 | 評価基準 | 51.4% | 14.3% |
| | 代替案 | 47.1% | 23.6% |
| 大きい値 | 評価基準 | 8.6% | 20.0% |
| | 代替案 | 16.4% | 10.0% |
| 同じ値 | 評価基準 | 5.7% | 0.0% |
| | 代替案 | 2.1% | 0.7% |

5. ファジィ指数型AHP

3,4章で述べてきた実験結果により、人間の感覚において、比較のしやすい対象どうしはあいまいさが小さく、比較がしにくくなる対象どうしに対しては、あいまいさが大きくなる傾向が考えられる^[8]。このことから、一対比較値に指数を用いることで、一定間隔の一対比較値ではなく、指数的な間隔で表現した一対比較値を提案し、一対比較値に直接ファジィ概念を導入し、意思決定者に対して使いやすいことを目的としたファジィ指数を用いる一対比較値を提案する。その一対比較値を示したのが表5-1である。

ファジィ指数型AHPでは、一対比較値 a_{ij}^n の n に対してファジィ数を用いる(図5-1)。

例えば、具体的に a に対して近似的な数値として1.5,1.6,1.7を代入したのが表5-2である。 a の値の大きさは、被験者がその問題に対してどの程度知識を有しているかによって変わるものと考えられる。 $a=1.7$ は $a=1.5$ よりもあいまいさが広がり、あまり意思決定問題に対して知識を持たない場合であり、 $a=1.5$ は $a=1.7$ に比べて、あいまいさが小さく、意思決定問題に対してある程度の知識を持っている場合となる。この表5-1と表4-1を比較すれば、これらの数値の関係が似ていることが分かるであろう。

表5-1 指数を用いる一対比較値

| | | |
|------------------------|---|--------------------------|
| (要素 j と比較して要素 i は) | → | (a_{ij}^n) |
| 同じくらい重要 | → | a^0 |
| 若干重要 | → | a^1 |
| 少し重要 | → | a^2 |
| 重要 | → | a^3 |
| かなり重要 | → | a^4 |
| 絶対的に重要 | → | a^5 |
| $a_{ii} = a^0 = 1,$ | | $a_{ji}^n = a^{-n}_{ij}$ |

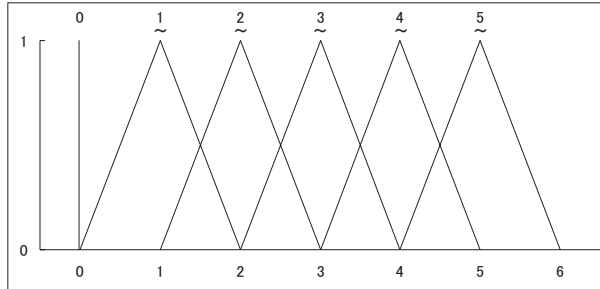


図5-1 n に対するメンバーシップ関数

表5-2 具体的な一対比較値

| 指数型 | n | a | | |
|-----------------------|-----|-----|---------|----------|
| | | 1.5 | 1.6 | 1.7 |
| 一 対 比 較 値 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 1.5 | 1.6 |
| | 3 | 2 | 2.25 | 2.56 |
| | 5 | 3 | 3.375 | 4.096 |
| | 8 | 4 | 5.0625 | 6.5536 |
| | 11 | 5 | 7.59375 | 10.48576 |

そこで、表4-1の一対比較値で、AHPの実験を行ったデータを基に、提案する指数を用いる一対比較値での計算を示す。そして、従来のAHPとファジィ指数型AHPとの総合評価の結果を比較し、メンバーシップ関数を用いてあいまいさの影響を検討する。

具体的には、被験者に問題とその評価基準を4項目、その代替案を4項目として各個人が各々を設定することで従来型のAHPを行う。その後、表5-1の一対比較値を用いて同

じ問題、同じ評価基準、同じ代替案でAHPを行った。このような実験を被験者35名に対して行った。

このときのある被験者を例としてあげる。「ダウンジャケットの購入」を問題として、「デザイン」、「価格」、「機能」、「ブランド価値」を評価基準とし、「モンクレール」、「ノースエース」、「パタゴニア」、「ユニクロ」を代替案としている。このように被験者は、各自の興味のある問題を取り上げ、その評価基準や代替案を設定している。

このようなデータを基に表5-1で示されるファジィ指数を用いる一対比較値で、幾何平均法によるAHPを行う。ところで、文献^[6]によるファジィ指数は、固有値法を用いて、その解法に線形計画法の解法を用いているが、実際の適用場面においては、幾何平均法を用いる事により、計算過程において乗法が加法に置き換わるなどの利点がある。さらに、この計算には拡張原理を用いて行うことにする。

例えば、

$$\left(a^0 \times a^1 \times a^2 \times a^3\right)^{\frac{1}{4}} = \left(a^{0+1+2+3}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{6}{4}} = a^{\frac{3}{2}}$$

のようにして計算することができる。なお、この計算例から分かるように、ファジィ指数を用いてAHPを行うことによって、幾何平均の結果のファジィ指数は、必ず5未満におさまる。したがって、拡張原理を用いても、あいまいな数にあいまいな数を加えても極端にあいまいさが広がることはない。しかも、拡張原理の利点である、あいまいな数にあいまいな数を加えれば、よりあいまいな数になることも反映されることになる。

さて、ある被験者の結果 ($a=1.6$) を表5-3 (結果1とする)、別の被験者の結果を表5-4 (結果2とする) に示す。また、ファジィ指数の結果は、次の三角型ファジィ数 (m_0, m_1, m_2) の表現法を用いる (図5-2)。

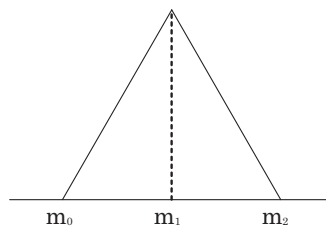


図5-2 三角型ファジィ数

表5-3 ある被験者の結果1 ($\alpha=1.6$)

| | 総合評価【順位】 ($\alpha=1.6$) | | | | | | | |
|------|---------------------------|---|----------------|---|----------------|---|----------------|---|
| | 従来型 | | m_0 (ファジィ指数) | | m_1 (ファジィ指数) | | m_2 (ファジィ指数) | |
| 代替案A | 0.262181 | 2 | 0.139448 | 3 | 0.244709 | 3 | 0.446287 | 2 |
| 代替案B | 0.251906 | 3 | 0.167683 | 2 | 0.266316 | 2 | 0.405222 | 3 |
| 代替案C | 0.150681 | 4 | 0.117474 | 4 | 0.167403 | 4 | 0.238875 | 4 |
| 代替案D | 0.335233 | 1 | 0.181798 | 1 | 0.321573 | 1 | 0.562233 | 1 |

表5-4 ある被験者の結果2 ($\alpha=1.6$)

| | 総合評価【順位】 ($\alpha=1.6$) | | | | | | | |
|------|---------------------------|---|----------------|---|----------------|---|----------------|---|
| | 従来型 | | m_0 (ファジィ指数) | | m_1 (ファジィ指数) | | m_2 (ファジィ指数) | |
| 代替案A | 0.229786 | 2 | 0.138296 | 4 | 0.225411 | 3 | 0.360096 | 3 |
| 代替案B | 0.338833 | 1 | 0.174122 | 1 | 0.320154 | 1 | 0.593844 | 1 |
| 代替案C | 0.22303 | 3 | 0.139419 | 3 | 0.229359 | 2 | 0.374097 | 2 |
| 代替案D | 0.208351 | 4 | 0.168105 | 2 | 0.225076 | 4 | 0.281937 | 4 |

図5-3～6は、ある被験者の結果1をメンバーシップ関数で示したものである。この結果はメンバーシップ関数の頂点の結果 (m_1) と従来型の結果との間には、例えば2位と3位の間であいまいさが考慮されれば、順位変動もあり得ることを示している。

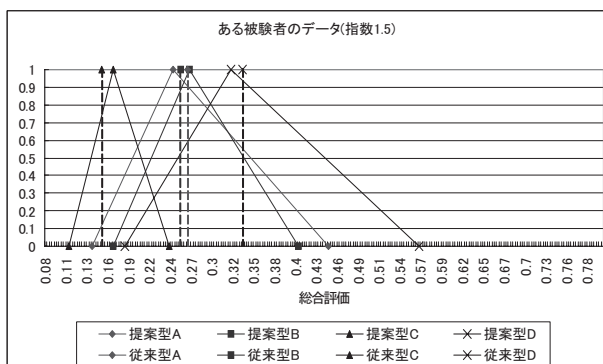


図5-3 ある被験者の結果1のメンバーシップ関数 ($\alpha=1.5$)

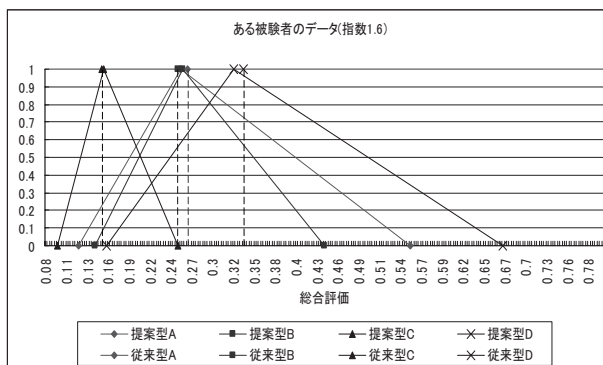


図5-4 ある被験者の結果1のメンバーシップ関数 ($\alpha=1.6$)

ファジィ指数型AHPに関する研究

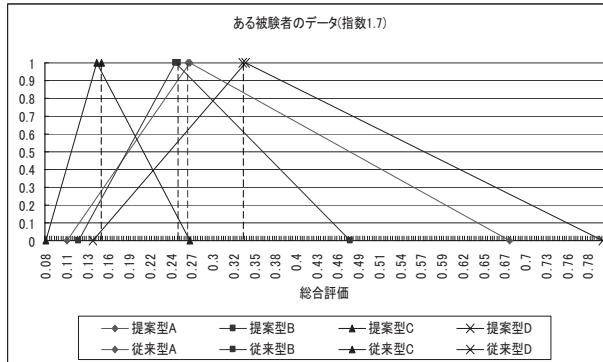


図5-5 ある被験者の結果1のメンバーシップ関数 ($\alpha=1.7$)

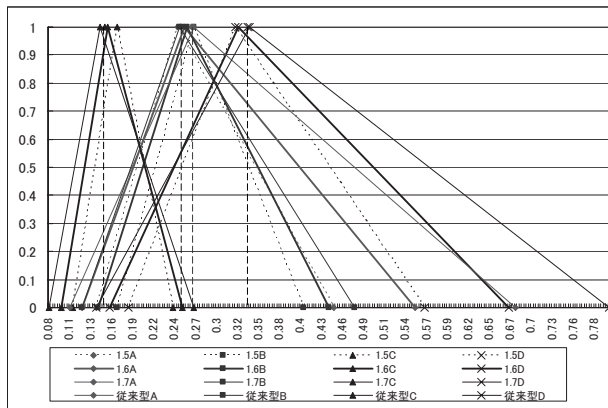


図5-6 ある被験者のメンバーシップ関数

また、図5-7,5-8は、別の被験者の結果2をメンバーシップ関数で示したものである。

これらの結果は、4章において問題となった、代表値を用いるときの順位の逆転現象に対して、メンバーシップ関数が、これらを含んでいることにより、従来のAHPに対して、ファジィ概念を用いて拡張されたことを示している。

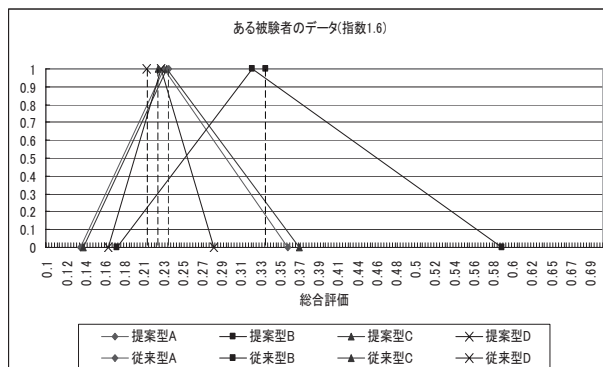


図5-7 ある被験者の結果2のメンバーシップ関数 ($\alpha=1.6$)

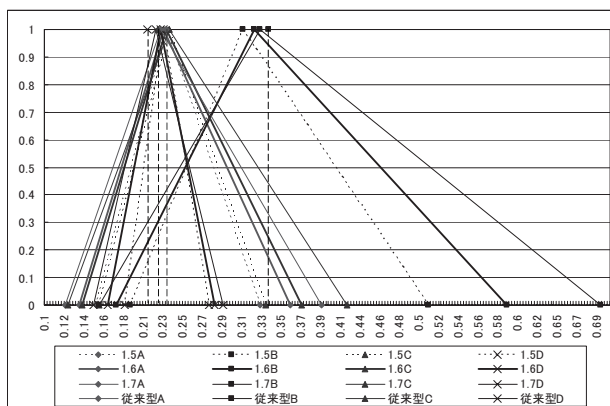


図5-8 ある被験者のメンバーシップ関数

次に、最終的な結果の提示であるが、これには α カットをうまく利用すればよいと考えられる。表5-5は $\alpha=0.8$ としたときの結果である。従来のAHPの結果を包含しながら、かなり高い(0.8)程度で順位を示すことができる。

なお低順位の場合 $\alpha=0.8$ では、従来型の結果が包含されていないが α の値を下げれば、これを包含することが出来る。

表5-5 ある被験者の結果1 ($\alpha=1.6$)

| | 従来型 | ファジィ指数($\alpha=0.8$) |
|------|----------|------------------------|
| 代替案A | 0.262181 | 0.228867 ~ 0.314986 |
| 代替案B | 0.251906 | 0.235968 ~ 0.295038 |
| 代替案C | 0.150681 | 0.144134 ~ 0.175177 |
| 代替案D | 0.335233 | 0.295659 ~ 0.397883 |

表5-6 ある被験者の結果2 ($\alpha=1.6$)

| | 従来型 | ファジィ指数($\alpha=0.8$) |
|------|----------|------------------------|
| 代替案A | 0.229786 | 0.207988 ~ 0.252348 |
| 代替案B | 0.338833 | 0.290948 ~ 0.374892 |
| 代替案C | 0.22303 | 0.211371 ~ 0.258307 |
| 代替案D | 0.208351 | 0.213682 ~ 0.236448 |

また、本論文で提案するファジィ指数型AHPでは、 a の値や α の値をいくりに設定すれば良いかという問題が残るが、これらの値に関しては、意思決定者がどの程度、その問題に対して知識を有しているかといった経験などを基準にすればよいと考えている。

例えば、経験が豊富な意思決定者であれば、 a の値を $\sqrt{2}$ や1.5などの値で計算し、また、 α の値を0.8や0.9などの値で対応すれば良いであろうし、逆に問題が複雑な場合や経験が浅い意思決定者である場合には、あいまいさが増えるため、 a の値を1.6や1.7などの値で計算し、また、 α の値を0.6や0.7などの値で対応すればよいと考えている。

6. むすび

本論文では、一対比較値にファジィ概念を導入する方法について検討した。

まず、ファジィ一対比較値の形状を検討するための実験が行われた。そして、その実験結果からファジィ一対比較値が推定された。次に、このファジィ一対比較値のスケール間隔を比較するために、等比数列的な一対比較値を用いて、従来の等差数列的な一対比較値と比較する実験を行った。

そして、これらの実験結果をふまえて、意思決定者に対して使いやすいことを目的とした、一対比較値に直接ファジィ概念を導入するファジィ指数型AHPの提案を行った。具体的には、AHPの一対比較値に対してファジィ指数を用いることで、比較においての人間のあいまいさを加えることを試みた。また、計算に幾何平均法を用いることで、あいまいさの広がりを抑え、計算過程においては、一般的に扱いやすい方法を試みた。その結果、ここで提案するファジィ指数型AHPの有用性を明らかにした。

今後の課題として、ファジィ指数の値の意味や結果として得られたファジィ数の非ファジィ化の方法および拡張原理以外の計算方法について検討を行いたい。また、より様々な状況への適用を行いたいと考えている。

参考文献

- [1] T.L.Saaty : The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980
- [2] 木下栄蔵 : AHP入門－決断と合意形成のテクニク－, 日科技連出版社, 2000
- [3] 円谷友英, 杉原一臣, 田中英夫 : QPによる区間AHPの定式化, 日本知能情報ファジィ学会第20回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.503-504, 2004
- [4] 大西真一, D.Dubois, H.Prade, 山ノ井高洋 : ファジィ逆行列を用いたAHPの整合度とウェイトについて, 日本知能情報ファジィ学会第20回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.505-506, 2004
- [5] 高萩栄一郎 : 一対比較法を利用したファジィ積分の入力値の固定, 日本知能情報ファジィ学会第20回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.703-706, 2004
- [6] 増田達也, 中村泰, 夜久正司 : 指数型ファジィ一対比較値を用いたAHPの相対的重要度の導出法, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J75-A, No.3, pp. 646-650, 1992
- [7] 倉重賢治, 亀山嘉正, 宮崎茂次 : AHPにおける対数型ファジィ数を用いた相対的重要度決定法, 日本経営工学会論文誌, Vol.50, No.4, pp.216-225, 1999
- [8] 小谷直也, 古殿幸雄 : ファジィ理論を用いるAHPに関する研究, 日本知能情報ファジィ学会第20回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.493-494, 2004
- [9] 小谷直也, 古殿幸雄 : ファジィ一対比較値の提案とその実証の実験, 日本知能情報ファジィ学会第21回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.15-18, 2005
- [10] 小谷直也, 古殿幸雄 : AHPの一対比較値に関する考察, 大阪国際大学紀要国際研究論叢第19巻第2号, pp.1-13, 2006
- [11] 小谷直也, 古殿幸雄 : 一対比較値のスケール変化に伴う実験的考察, 日本知能情報ファジィ学会ソフトサイエンス研究部会第16回ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集, pp.94-95, 2006
- [12] 小谷直也, 古殿幸雄 : ファジィ指数型AHP, 日本知能情報ファジィ学会第22回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.861-864, 2006
- [13] 小谷直也, 古殿幸雄 : ファジィ指数型AHPを用いるCGの意思決定, 日本知能情報ファジィ学会ソフトサイエンス研究部会第17回ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集, pp.198-201, 2007